

証拠を突き合わせること ～あいいれない証拠～

法数学勉強会

20140426

京大 統計遺伝学分野

山田 亮

数さんの家でマンガがなくなる の 巻

登場人物

数 法子(かず のりこ) 中学2年生

数 学 (かず まなぶ) 高校2年生

数 好子(かず よしこ) 母

事件発生

- 数 法子さんが、自室の本棚に置いておいたお気に入りの『誰にも触らせていないマンガ』を読もうと思ったところ、
- 「お気に入りのマンガ本がない！」
- ことに気が付きました。

必ずしも深くは考えない

- 法子さんは、ぼんやりと、
 - 誰かがあのマンガをどこかに持って行ったから、今、ここに「ない」
 - 自分の記憶『あのマンガはここにあった』が間違いで、そもそもここに「ない」
- の2通りを考えていましたが、宿題がたくさん出ていたので、それ以上は考えず、宿題に取りかかりました。

捜査、開始

- 法子さんは、帰宅した学さんに尋ねました。
 - 「おにいちゃん、あのマンガ、知らない？」

捜査、開始

- 法子さんは、帰宅した学さんに尋ねました。
 - 「おにいちゃん、あのマンガ、知らない？」
- この質問に込められた意図はなんでしょうか。

捜査の意図

- この質問に込められた意図はなんですか。
 - 学さんがマンガを移動したと判明することの期待
 - 学さんはマンガを移動しないが、そのマンガについての情報が得られることの期待

捜査の意図

- この質問に込められた意図はなんでしょう。
 - 学さんがマンガを移動したと判明することの期待
 - 学さんはマンガを移動しないが、そのマンガについての情報が得られることの期待
- 法子さんは、次の2つの仮説に優劣をつける情報が欲しい
 - 誰かがあのマンガをどこかに持って行ったから今、ここに「ない」
 - 自分の記憶『あのマンガはここにあった』が間違いで、そもそもここに「ない」

証拠1 容疑者に関する情報

- 「あのマンガは『もう捨てるわ！』とお母さんが昨日言っていたよ」
- 仮説への影響はどうなっているでしょう？
 - 誰かがあのマンガをどこかに持って行ったから今、ここに「ない」
 - 自分の記憶『あのマンガはここにあった』が間違いで、そもそもここに「ない」

証拠2 マンガ、発見される

- 法子さんは、部屋のゴミ箱を覗きこみました。するとそこには、くだんのマンガがあるではありませんか！
- 仮説への影響はどうなっているでしょう？
 - 誰かがあのマンガをどこかに持って行ったから今、ここに「ない」
 - 自分の記憶『あのマンガはここにあった』が間違いで、そもそもここに「ない」

- 誰かが「ゴミ箱に入れた～捨てた」っぽい
- 誰が、と言ったら、お母さん、かな

- 『お母さんが、「捨てる」という意思の下、本棚からマンガをとってゴミ箱に捨てた』

証拠3 DNA鑑定を試してみる

- 実は、法子さんは「触れると法子さん以外の生物のDNAを吸い取る」という「秘密の塗料」をマンガに塗っていたのです。
- さっそくマンガはDNA鑑定に回されました。
- ただし、このDNA鑑定がどれくらい信用できるかの情報は不明です。
- **結果や、いかに？！**

証拠の整理

- 証拠1 証言「お母さんが捨てるって」
- 証拠2 「マンガ」の発見、その発見場所
- 証拠3 「マンガに触れた生物のDNA型」

その他の情報の整理

- 仮定1 「マンガは誰にも触らせていなかった」

仮説の整理

- 仮説1
 - 誰かがあのマンガをどこかに持って行ったから今、ここに「ない」
- 仮説2
 - 自分の記憶『あのマンガはここにあった』が間違いで、そもそもここに「ない」
- その他の仮説

DNA鑑定の結果、場合1

- 「お母さんのDNA型に一致したよ！」
 - 証拠1 証言「お母さんが捨てるって」
 - 証拠2 「マンガ」の発見、その発見場所
 - 証拠3 「マンガに触れた生物のDNA型」
- 仮定1 「マンガは誰にも触らせていなかった」
- 仮説1
 - 誰かがあのマンガをどこかに持って行ったから今、ここに「ない」
- 仮説2
 - 自分の記憶『あのマンガはここにあった』が間違いで、そもそもここに「ない」
- その他の仮説

どうして「...らしく」感じるか

- 『お母さんが、「捨てる」という意思の下、本棚からマンガをとってゴミ箱に捨てた』
 - 証拠1 証言「お母さんが捨てるって」
 - 証拠2 「マンガ」の発見、その発見場所
 - 証拠3 「マンガに触れた生物のDNA型」
- 仮定1 「マンガは誰にも触らせていなかった」
- 仮説1
 - 誰かがあのマンガをどこかに持って行ったから今、ここに「ない」
- 仮説2
 - 自分の記憶『あのマンガはここにあった』が間違いで、そもそもここに「ない」
- その他の仮説

どうして「...らしく」感じるか

- 『お母さんが、「捨てる」という意思の下、本棚からマンガをとってゴミ箱に捨てた』

- 証拠1 証言「お母さんが捨てるって」
- 証拠2 「マンガ」の発見、その発見場所
- 証拠3 「マンガに触れた生物のDNA型」

- 仮定1 「マンガは誰にも触らせていなかった」

- 仮説1

- 誰かがあのマンガをどこかに持って行ったから今、ここに「ない」

- 仮説2

- 自分の記憶『あのマンガはここにあった』が間違いで、そもそもここに「ない」

- その他の仮説

	証拠1	証拠2	証拠3	仮定1
仮説1	○	○	○	○
仮説2	-	×	×	×

どうして「...らしく」感じるか

- 『お母さんが、「捨てる」という意思の下、本棚からマンガをとってゴミ箱に捨てた』

- 証拠1 証言「お母さんが捨てるって」
- 証拠2 「マンガ」の発見、その発見場所
- 証拠3 「マンガに触れた生物のDNA型」

- 仮定1 「マンガは誰にも触らせていなかった」

- 仮説1

– 誰かがあの...

- 仮説2

– 自分...

- その他の...

	証拠1	証拠2	証拠3	仮定1
仮説1	○	○	○	○
仮説2	-	×	×	×

意味のある証拠がいくつそろったか？
仮説1は○
仮説2は×

から今、ここに「ない」

に『あった』が間違いで、そもそもここに「ない」

どうして「...らしく」感じるか

- 『お母さんが「...」の下、本棚から

- 証拠1
- 証拠2
- 証拠3
- 仮定1

- 仮説1
- 仮説2

- 自分の「...」が間違いで、そもそもここに「ない」
- その他の仮説

2つの仮説は
○ vs. ×

仮説1を信じるとして、
仮説1が起きたことが信じられる。

その他の仮説については、証拠に照らし
ていちいち考えない。

証拠2	証拠3	仮定1
○	○	○
	×	×

今、どんな仮説を考えているか？

- 証拠1 証言「お母さんが捨てるって」
- 証拠2 「マンガ」の発見、その発見場所
- 証拠3 「マンガに触れた生物のDNA型は母のものと同じ」

- 仮定1 「マンガは誰にも触らせていなかった」

- 仮説1
 - お母さんが捨てた
- 仮説2
 - 自分の記憶『あのマンガはここにあった』が間違いで、そもそもここに「ない」
- その他の仮説

追加の情報

- 「私が捨てた」～母 好子

- 証拠1 証言「お母さんが捨てるって」
- 証拠2 「マンガ」の発見、その発見場所
- 証拠3 「マンガに触れた生物のDNA型は」
- 証拠4 「私が捨てた」
- 仮定1 「マンガは誰にも触らせていなか

- 仮説1

- お母さんが捨てた

- 仮説2

- 自分の記憶『あのマンガはここにあった』が間違いで、そもそもここに「ない」

- その他の仮説

	証拠1	証拠2	証拠3	証拠4	仮定1
仮説1	○	○	○	○	○
	-	-	-	-	-

追加の情報

- 「私が捨てた」～母 好子

- 証拠1 証言「お母さんが捨てるって」
- 証拠2 「マンガ」の発見、その発見場所
- 証拠3 「マンガに触れた生物のDNA型は母さんのと一致」
- 証拠4 「私が捨てた」
- 仮定1 「マンガは誰に

- 仮説1

- お母さんが捨てた

- 仮説2

- 自分の記憶『あのマンガはここにあった』が間違いで、そもそもここに「ない」

- その他の仮説

確信

仮説1の尤度が上がる
その他の仮説は気にしない

追加の情報

- 「私が捨てた」～母 好子

- 証拠1 証言「お母さんが捨てるって」
- 証拠2 「マンガ」の発見、その発見場所
- 証拠3 「マンガに触れた生物のDNA型は母さんのと一致」
- 証拠4 「私が捨てた」
- 仮定1 「マンガは誰に

- 仮説1
 - お母さんが捨てた

- 仮説2

- 自分の記憶『あのマンガはここにあった』が「ここにない」

- その他の仮説

確信

仮説1の尤度が上がる
その他の仮説は気にしない

他の仮説を気にしないことの
根拠は何？

追加の情報 その2

- 「私はやってない！」～母 好子

- 証拠1 証言「お母さんが捨てるって」
- 証拠2 「マンガ」の発見、その発見場所
- 証拠3 「マンガに触れた生物のDNA型は母のものと同じ」
- 証拠4 「私はやってない！」
- 仮定1 「マンガは誰にも触らせていなかった」

- 仮説1

- お母さんが捨てた

- 仮説2

- 自分の記憶『あのマンガはここにあった』が間違いで、そもそもここに「ない」

- その他の仮説

追加の情報 その2

• 「私はやってない！」～母 好子

- 証拠1 証言「お母さんが捨てるって」
- 証拠2 「マンガ」の発見、その発見場所
- 証拠3 「マンガに触れた生物のDNA型は」
- 証拠4 「私はやってない！」
- 仮定1 「マンガは誰にも触らせていなか

	証拠1	証拠2	証拠3	証拠4	仮定1
仮説1	○	○	○	×	○
	-	-	-	-	-

• 仮説1

- お母さんが捨てた

• 仮説2

- 自分の記憶『あのマンガはここにあった』が間違いで、そもそもここに「ない」

• その他の仮説

仮説を組み換える

- 仮説1
 - お母さんがやった

	証拠1	証拠2	証拠3	証拠4	仮定1
仮説1	○	○	○	×	○

仮説を組み換える

- 仮説1
 - お母さんがやった
 - お母さんは嘘をついている

	証拠1	証拠2	証拠3	証拠4	仮定1
仮説1	○	○	○	×	○

仮説を組み換える

- 仮説1
 - お母さんがやった
 - お母さんは嘘をついている
- 仮説2
 - お母さんはやっていない

	証拠1	証拠2	証拠3	証拠4	仮定1
仮説1	○	○	○	×	○
仮説2	-	-	-	○	-

仮説を組み換える

- 仮説1
 - お母さんがやった
 - お母さんは嘘をついている

- 仮説2
 - お母さんはやっていない
 - お兄さんの証言は嘘で、DNA鑑定結果は誤りで、「誰にも触らせていない」という仮定は正しい

	証拠1	証拠2	証拠3	証拠4	仮定1
仮説1	○	○	○	×	○
仮説2	×	○	×	○	○

仮説を組み換える

- 仮説1
 - お母さんがやった
 - お母さんは嘘をついている

- 仮説2
 - お母さんはやっていない
 - お兄さんの証言は嘘で、DNA鑑定結果は誤りで、「誰にも触らせていない」という仮定は正しい

	証拠1	証拠2	証拠3	証拠4	仮定1
仮説1	○	○	○	×	○
仮説2	×	○	×	○	○

- その他の仮説

仮説を組み換える

証拠に合わない仮説は
尤度が下がる

- お母さんが言った
- お母さんは嘘をついている

• 仮説2

- お母さんは言った
- お兄さんの証言は
決定結果は誤りで、「誰か
せていない」という仮定は正しい

• その他の仮説

	証	証	証	証拠	仮定1
仮説1				○	○
仮説2					

仮説1
起きうる確率が
着実に下がる

仮説を組み換える

証拠に合わない仮説は
尤度が下がる

- お母さんがやっつた
- お母さんは嘘をついている

• 仮説2

- お母さんはやっつ
- お兄さんの証言は
決定結果は誤りで、「誰
せていない」という仮定は正しい

• その他の仮説

	証	証	証	証拠	仮定1
仮説2				○	○

仮説2
起きうる確率が
着実に下がる

「気にする仮説」の
中身の変化

「気にする仮説」の
起きやすさの
低下

- 仮説1
 - お母さんがやった
 - お母さんは嘘をついている
- 仮説2
 - お母さんはやっていない
 - お兄さんの証言は嘘で、DNA鑑定結果は誤りで、「誰にも触らせていない」という仮定は正しい

「証拠」は基本的に「もっともらしいもの」なので、一部の証拠を否定する仮説の起きる尤度は低い

「気にする仮説セット」
のそれぞれが起きる確率が
十分か？

- 仮説1
 - お母さんがやった
 - お母さんは嘘をついている
- 仮説2
 - お母さんはやっていない
 - お兄さんの証言は嘘かもしれず、DNA鑑定結果は誤りである

尤度比が上が
ることはあつて
も、「確率」が上
がることはない

「証拠」は基本的に「もっともらしいもの」なので、一部の証拠を否定する仮説の起きる確率は低い

「気にする仮説セット」
のそれぞれが起きる確率が
十分か？

「気にする仮説
セット」
の確認

仮説1、2の起きやすさが低く
なった分、「ありえな」かったはずの仮説も考慮対象に浮上

- 寝ぼけて自分でゴミ箱に落とした
- 兄が母を陥れようとした
- ワンコがいたずらした
- ...

「気にする仮説セット」
のそれぞれが起きる確率が
十分か？

「気にする仮説
セット」
の確認

仮説1、2の起きやすさが低く
なった分、「ありえな」かったはず
の仮説も考慮対象に浮上

- 寝ぼけて自分でゴミ箱に落とした
- 兄が母を陥れようとした
- ワンコがいたずらした
- ...
- 気になる程度に尤度が高そうな仮説を列挙しよう

下がってしまった尤度への対応

- 尤度は下がり、比較する仮説間の尤度比も下がった
- 尤度比を上げるには、特定の仮説を支持し、対立する仮説を否定する証拠を積み上げる必要がある

新たな証拠 1

新たな証拠 1

- そういえばDNA鑑定キットって、100万マーカー、調べられるって書いてあったわ。調べてみましょう

新たな証拠 1

- そういえばDNA鑑定キットって、100万マーカー、調べられるって書いてあったわ。調べてみましょう
- 結果
 - マンガのDNAとお母さんのDNAの型が、100万マーカーのすべてで一致しました！

新たな証拠 1

- そういえばDNA鑑定キットって、1000万マーカー、調べられるって書いてあったわ。調べてみましょう
- 結果
 - マンガのDNAとお母さんのDNAの型が、1000万マーカーのすべてで一致しました！
- 解釈
 - 合致しすぎの尤度はどう考える？
 - 尤度を最大にする合致数は？
 - 多すぎず、少なすぎず

新たな証拠 1

- そういえばDNA鑑定キットって、1000万マーカー、調べられるって書いてあったわ。調べてみましょう
- 合致数がちょうどよい場合
 - 当該仮説の尤度比が上がる
 - 対立仮説の尤度比が下がる
- 当該仮説の生起確率は下がるが、その他の仮説の生起確率の下がり方よりひどいわけではない

新たな証拠 1

- そういえばDNA鑑定キットって、1000万マーカー、調べられるって書いてあったわ。調べてみましょう
- 合致数が少なすぎる場合
 - 当該仮説の尤度比が下がる
 - 対立仮説の尤度比が上がる

 - 当該仮説の生起確率は下がる。対立仮説の生起確率も下がりはあるが、対立仮説の下がり方は圧倒的に小さいので、対立仮説の尤度比が上がる
 - その他の仮説の生起確率の下がり方はせいぜい、対立仮説のそれに過ぎない

新たな証拠 1

- そういえばDNA鑑定キットって、1000万マーカー、調べられるって書いてあったわ。調べてみましょう
- 合致数が多すぎる場合
 - 当該仮説の尤度比が下がる
 - 対立仮説の尤度比が上がる
 - 当該仮説の生起確率は下がる。対立仮説の生起確率はもっと下がる。したがって、当該仮説の対立仮説に対する尤度比は上がる
 - が、当該仮説の生起確率が下がるので、『合致数が多いこと』を説明する仮説に対して尤度比が圧倒的に下がる

新たな証拠 2

新たな証拠 2

- 兄はいはく
 - 「そういえば、お母さんが法子の部屋に入るのを見たよ」
 - 「そういえば、秘密のDNA鑑定キットって、間違いがないって、雑誌に書いてあったよ」

新たな証拠 2

- 兄はいはく

- 「そういえば、お母さんが法子の部屋に入るのを見たよ」

- 「そういえば、秘密のDNA鑑定キットって、間違いがないって、雑誌に書いてあったよ」

これは

「母 実行犯」説の尤度を上げているのか？

「兄 陰謀」説の尤度を上げているのか？

新たな証拠 2

- 兄はいはく
 - 「そういえば、お母さんが法子の部屋に入るのを見たよ」
 - 「そういえば、秘密のDNA鑑定キットって、間違いがないって、雑誌に書いてあったよ」
- 証拠の多様性が低い
 - 「母 vs. 兄」という構図において、独立ではない証拠は件数が増えても、情報は増えない
 - ある特定の仮説(兄 陰謀説)の軸に沿った証拠をいくら増やしても確信度は上がらない

新たな証拠 2

- 兄はいはく
 - 「そういえば、お母さんが法子の部屋に入るのを見たよ」
 - 「そういえば、秘密のDNA鑑定キットって、間違いがないって、雑誌に書いてあったよ」
- 証拠の多様性が低い
 - 同一軸上の証拠を積み上げても、上界がある
 - DNAのマーカー数を増やすことは、「同一試料」に関する証拠の積み上げという意味で、共通する(?)
 - ではDNAマーカー数増加に対する「兄 陰謀説」とは何か

まとめ

- あいいれない証拠の存在は
 - 尤度の低い仮説を採用することを要求する
 - 考慮すべき仮説の裾野が広がる
 - 列挙できているかどうかの不安も伴う
 - 証拠を否定的に解釈する確率の取り込みを要求する
 - 証拠の数の増加を要求する
 - 肯定的・否定的な証拠の組み合わせ項の考慮を要求する
 - 必ずしも、肯定的な証拠の数が多い方が尤度が高いわけではない、という事実の考慮を要求する

まとめ1

いつまで
たっても確
信できな
い！

- あいいれない証拠の存在は
 - 尤度の低い仮説を採用することを要求する
 - 考慮すべき仮説の裾野が広がる
 - 列挙できているかどうかの不安も伴う
 - 証拠を否定的に解釈する確率の取り込みを要求する
 - 証拠の数の増加を要求する
 - 肯定的・否定的な証拠の組み合わせ項の考慮を要求する
 - 必ずしも、肯定的な証拠の数が多い方が尤度が高いわけではない、という事実の考慮を要求する

直感が通用しないことを知っているのに、不安をもたらす

まとめ2

- 証拠の多様性
 - 多様性の低い証拠は「強」くても、単一の対立仮説に対して、脆弱
 - 多様性の低い証拠の脆さを定量する方法が必要？

まとめ3

- 起きにくそうな仮説を選ぶときの決断力
 - 囲碁や将棋で、ある手を選ぶと大敗する確率が高いけれど、一手一手、これしかない、という手を選ぶと、最後には勝てる、という『危険だらけの細道』を信じて手を選ぶことに似ている??
 - それを選ぶときの心は??
 - それ以外の手はあり得ないことを確信する
 - その手を選んだときの「大敗」が本当に回避できることを確信する
 - DNA鑑定の「力強さ」はどこなのか？

番外編

シナリオを変えてみよう

DNA鑑定の結果、場合2

- 「お兄ちゃんのDNA型に一致したよ！」
- 証拠1 証言「お母さんが捨てるって」
- 証拠2 「マンガ」の発見、その発見場所
- 証拠3 「マンガに触れた生物のDNA型」

- 仮定1 「マンガは誰にも触らせていなかった」

- 仮説1
 - 誰かがあのマンガをどこかに持って行ったから今、ここに「ない」
- 仮説2
 - 自分の記憶『あのマンガはここにあった』が間違いで、そもそもここに「ない」
- その他の仮説

DNA鑑定の結果、場合3

- 「ワンコのDNA型に一致したよ！」

DNA鑑定の結果、場合4

- 「お母さんとお兄ちゃんのDNA型の両方があることがわかったよ！」