

区間推定_尤度比 その2 親子鑑定

法数学勉強会

2016/10/15

京都大学(医)統計遺伝学分野

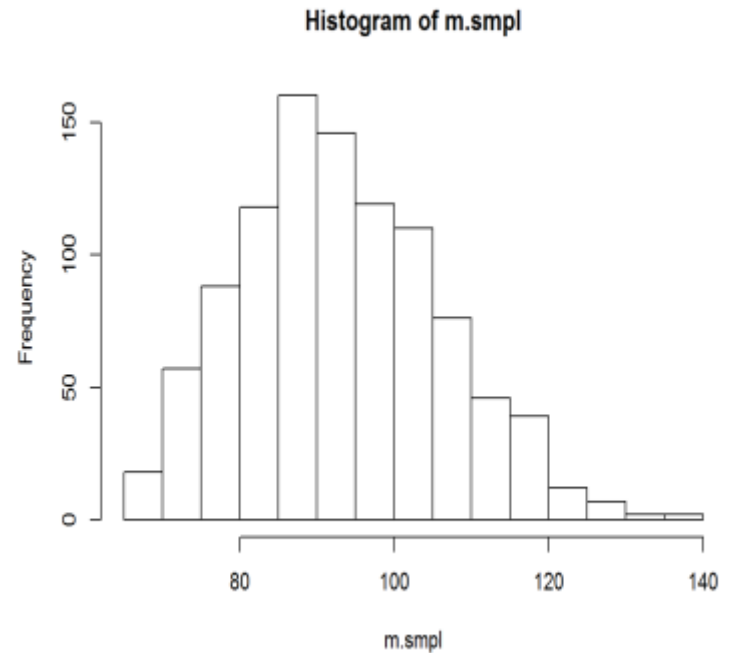
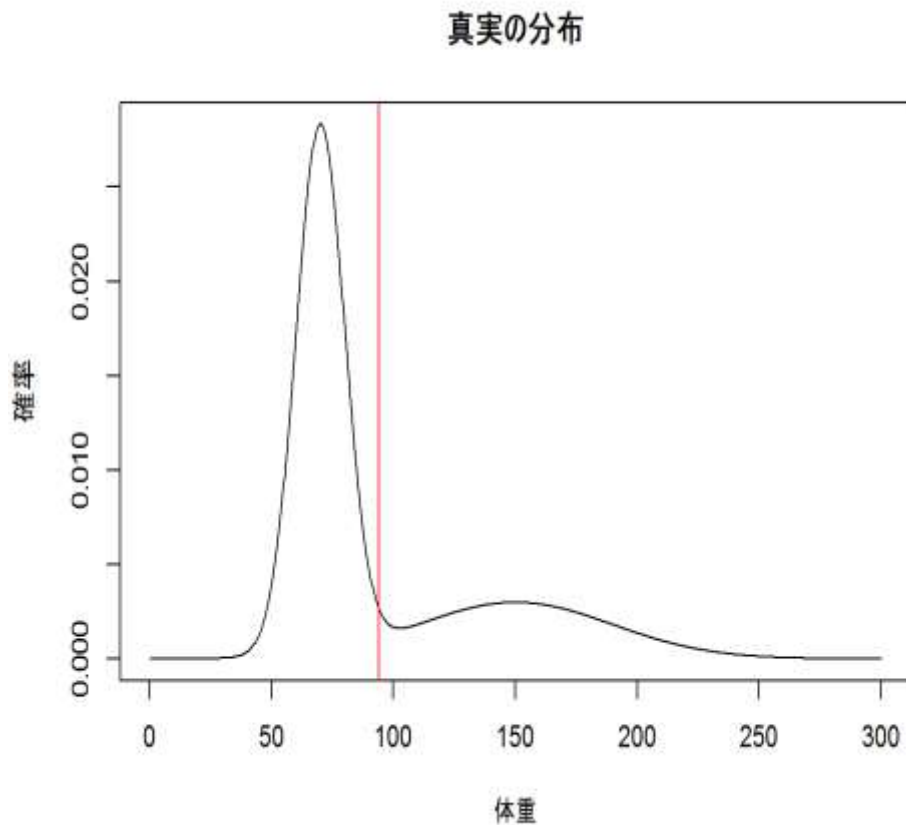
山田 亮

推定

- 点推定値
 - 期待値～平均値
 - 最尤推定値
- 区間推定値
 - 頻度主義信頼区間
 - ベイジアン区間
 - その他いろいろ...

分布がきれいでないとき

- 正規分布でないとなどうなるか。



ベイズ推定

- DNA鑑定界ではベイズ推定の方が主流
- よく考えたら、二項分布の観察はベータ分布でベイズ推定もできたはず...

DNA鑑定での尤度比

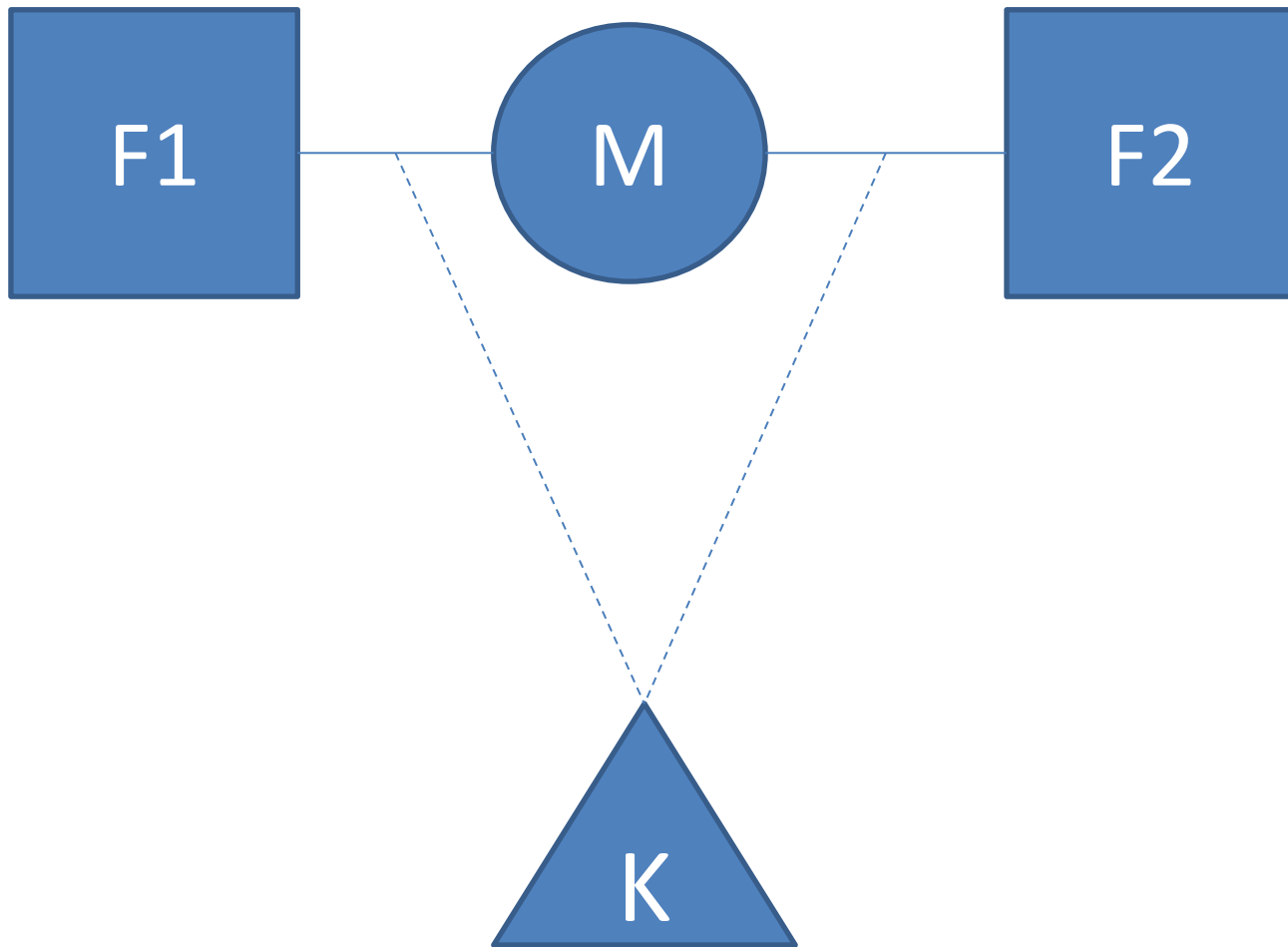
- 容疑者のジェノタイプが現場の試料のそれと一致したとき。
- たまたま、一致したのか、同一人物だから一致したのかは、それぞれの仮説の尤度の比で計算する。
- 同一人物の場合の尤度は1だから、たまたまの場合の尤度を計算すればよい。

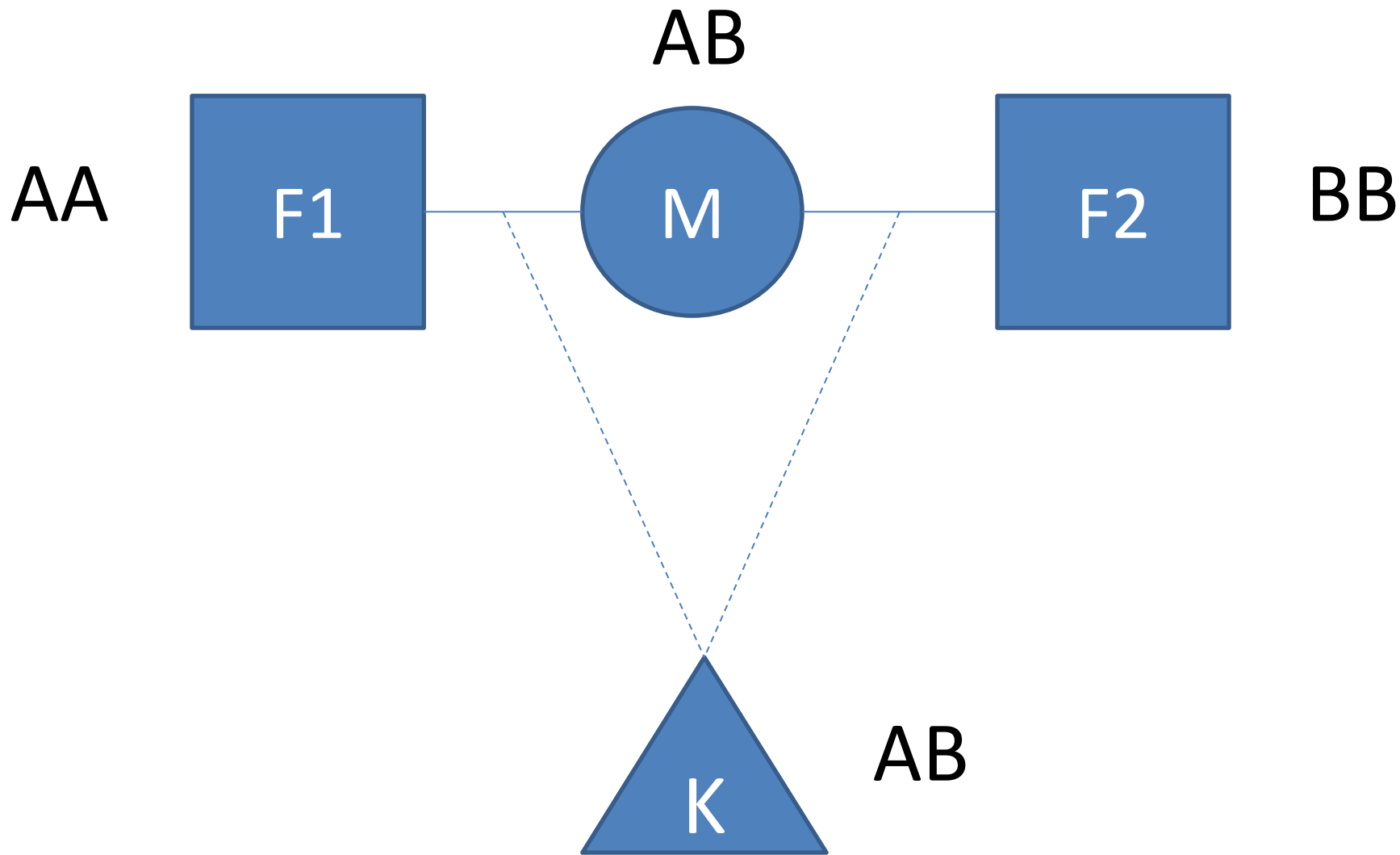
今日、触れなかったこと

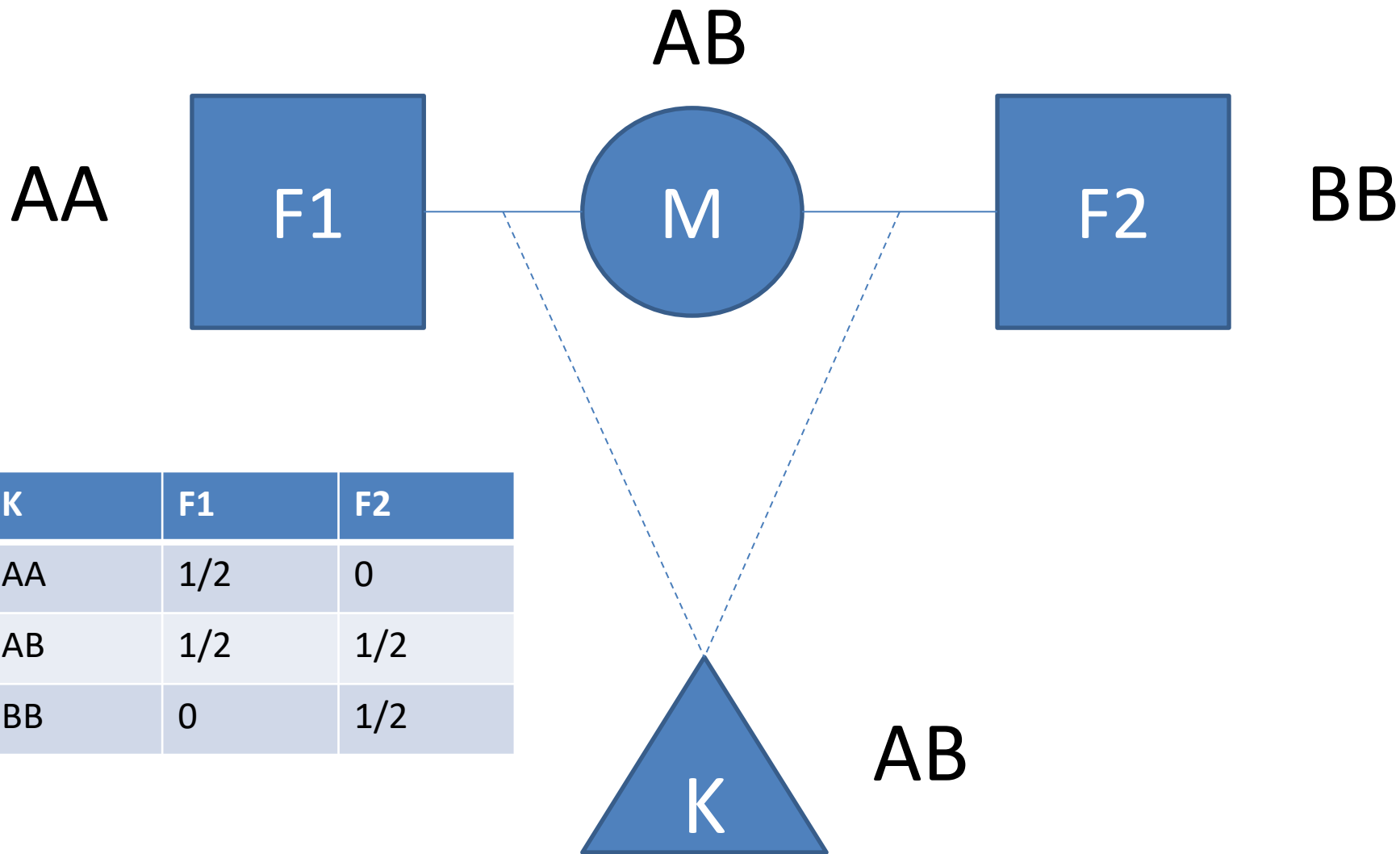
- 2つの仮説から尤度が出て、その比を問題にするとき
 - 片方の尤度が高いときに
 - もう片方の尤度が高い場合と低い場合とを考慮
 - その逆も
- ある仮説が真であるとみなしたときに、別の仮説は真ではなくなる。その相互作用を考えると。しかもそれが多人数に及ぶとき
- そもそも「事前分布」をどうするのがよいのかは、統計学的に未解決の問題
 - 「成功率」の事前分布は、一様分布ではない(かもしれない)...

今日は
家系図を使った
尤度比の「区間推定」

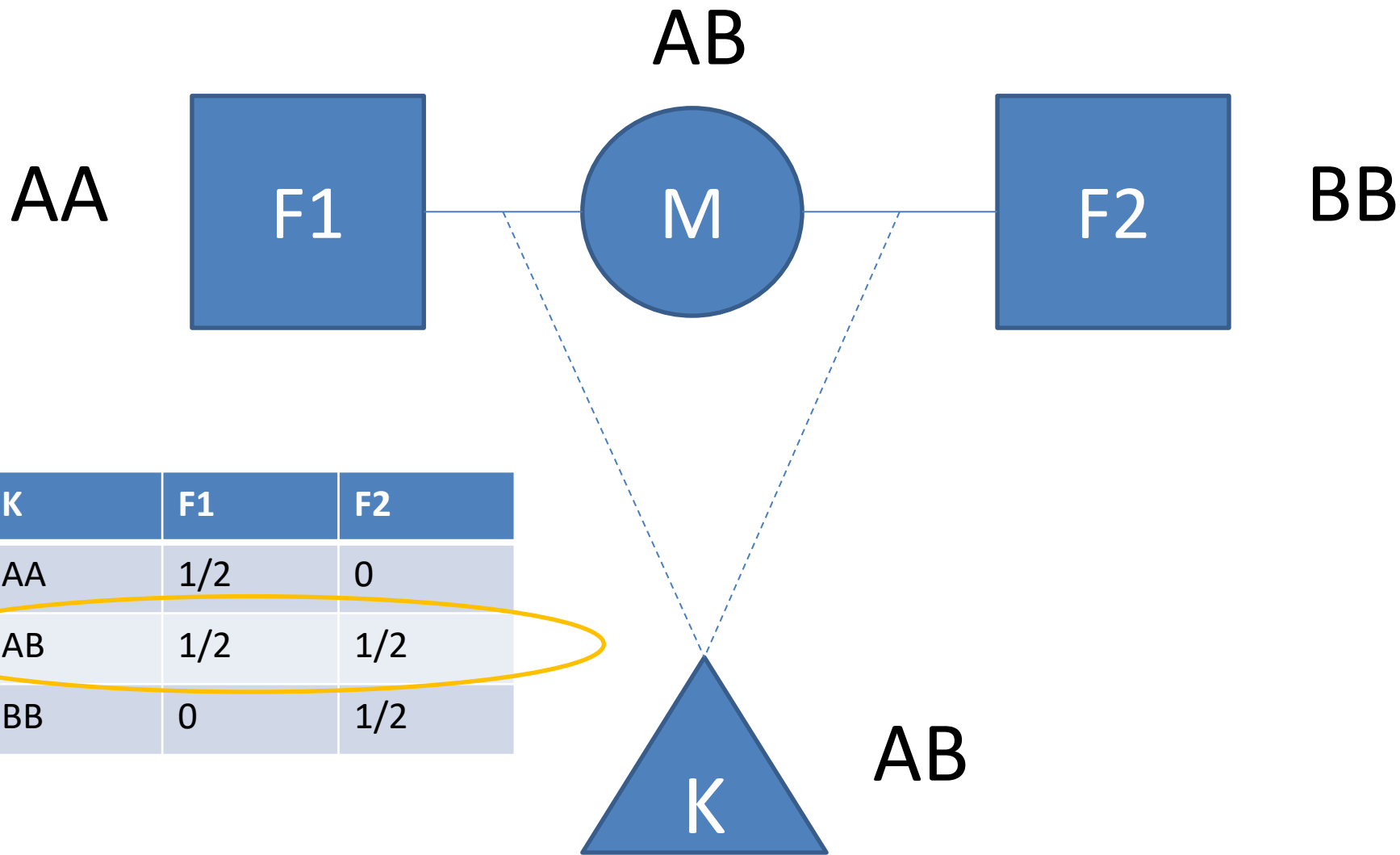
父親はどちら？

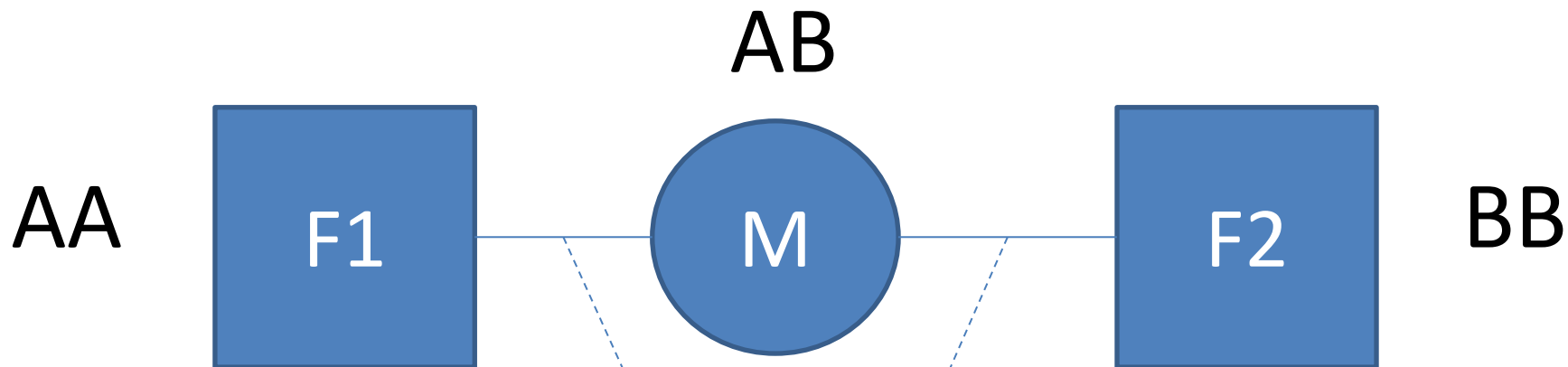






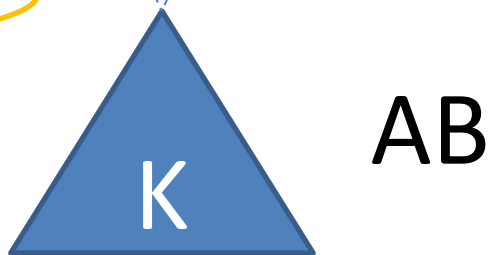
K	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

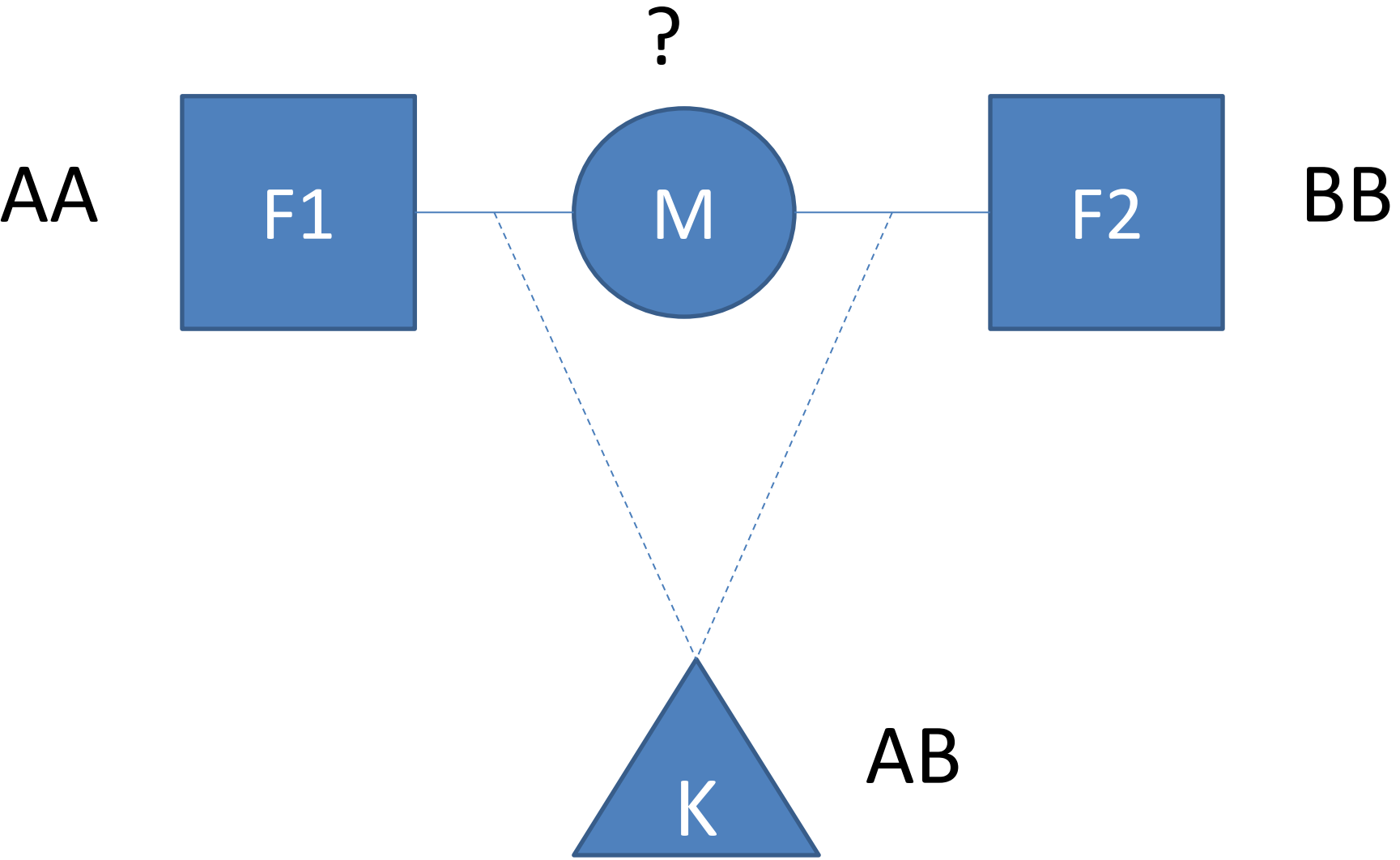


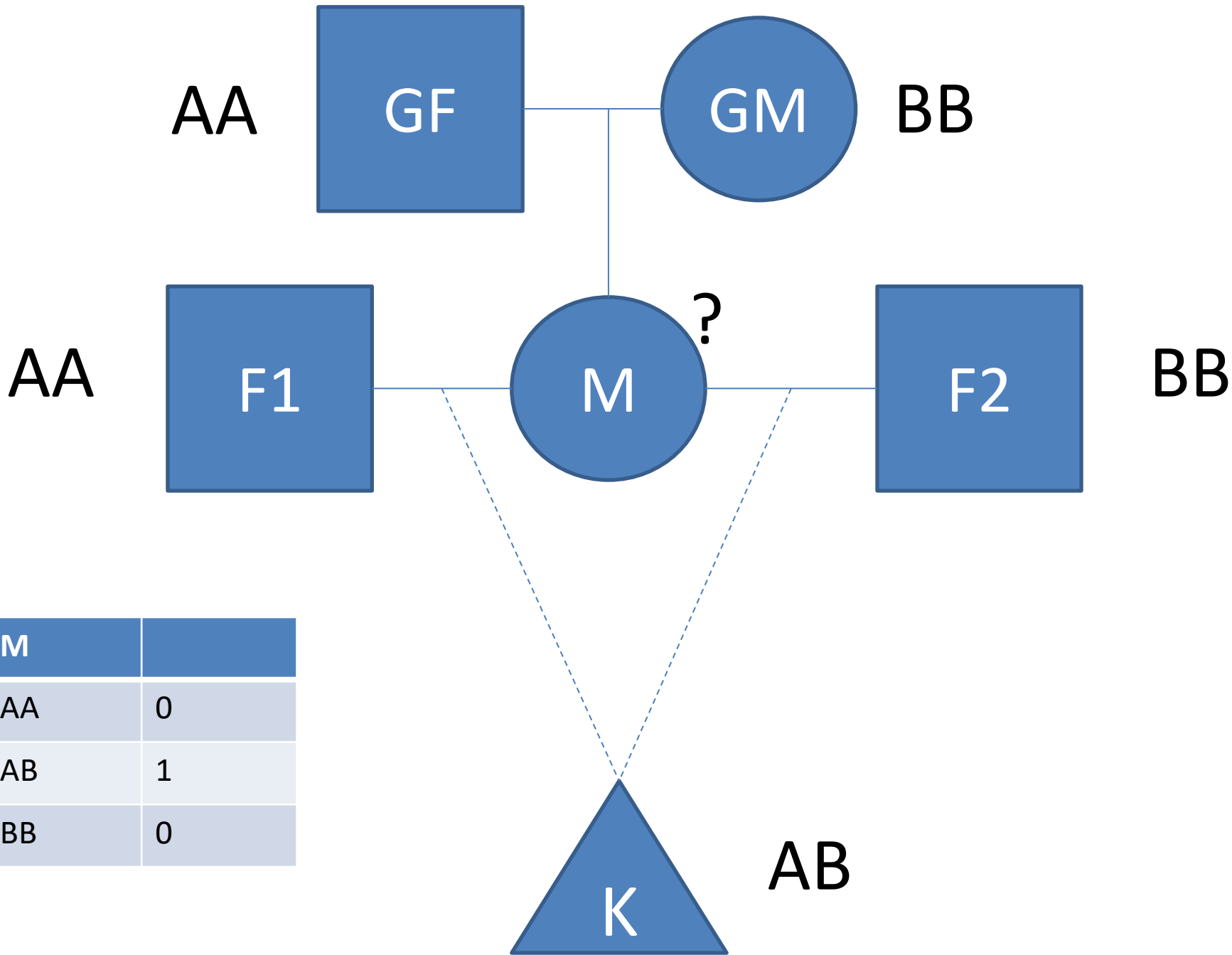


K	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

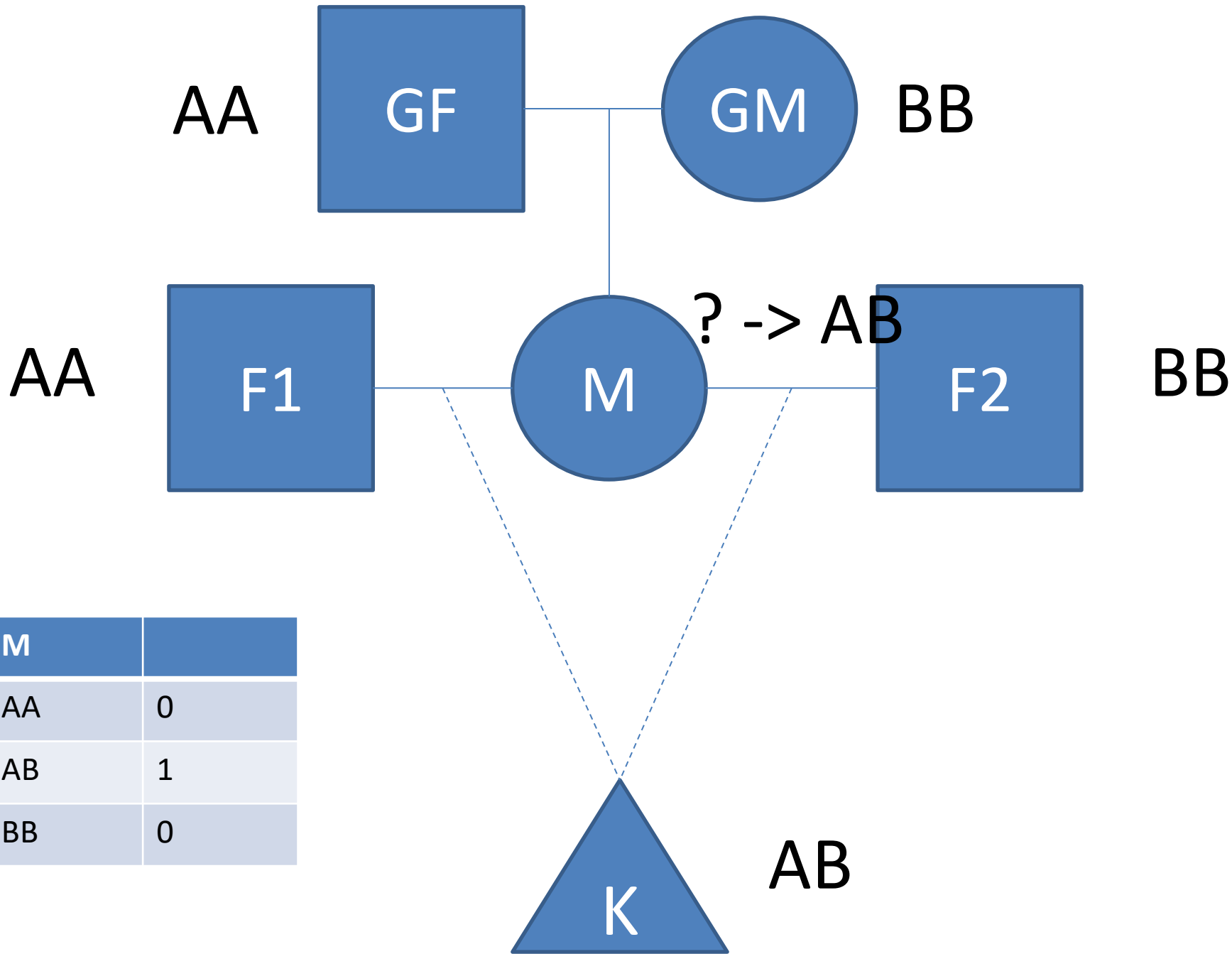
LR = 1

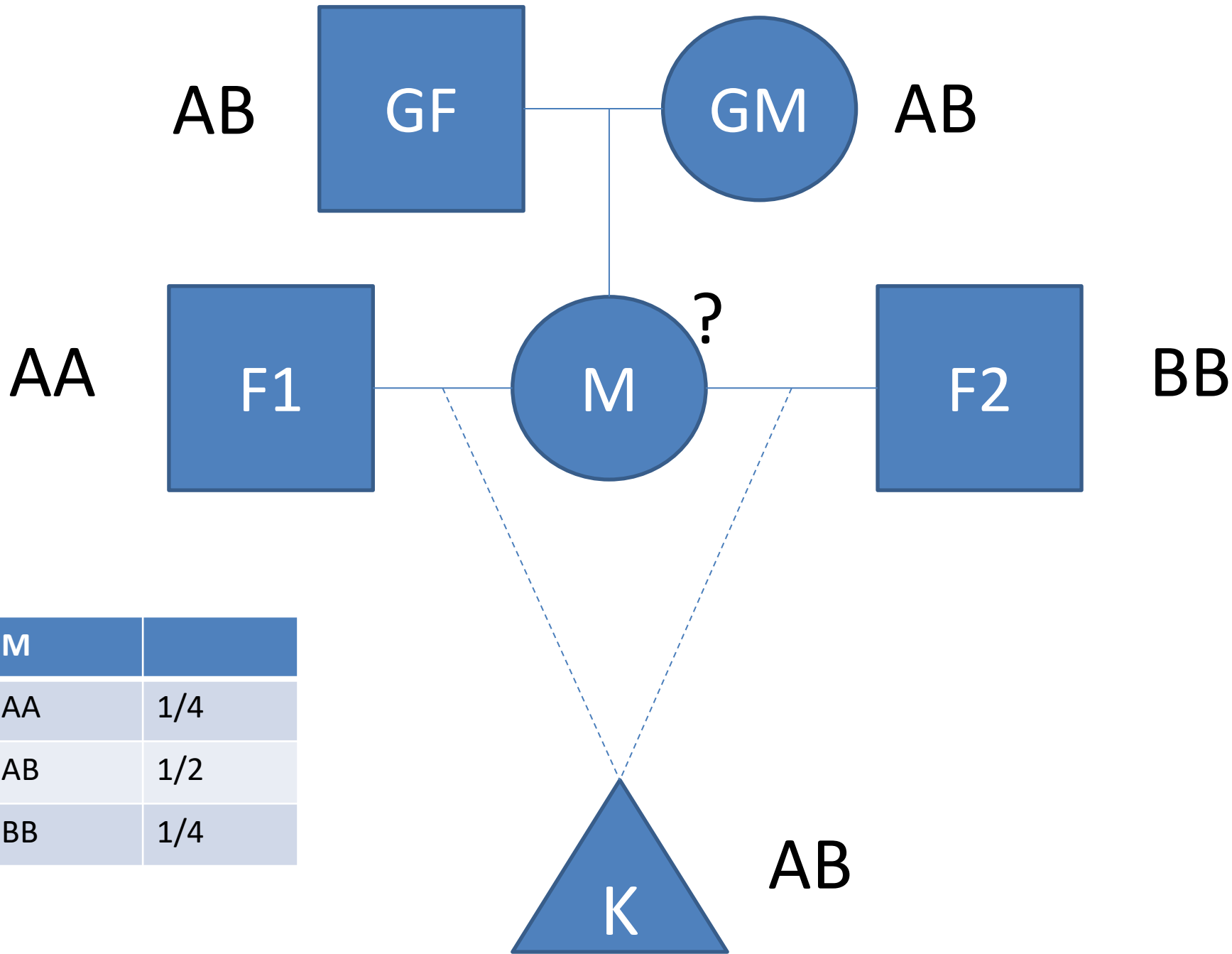






M	
AA	0
AB	1
BB	0





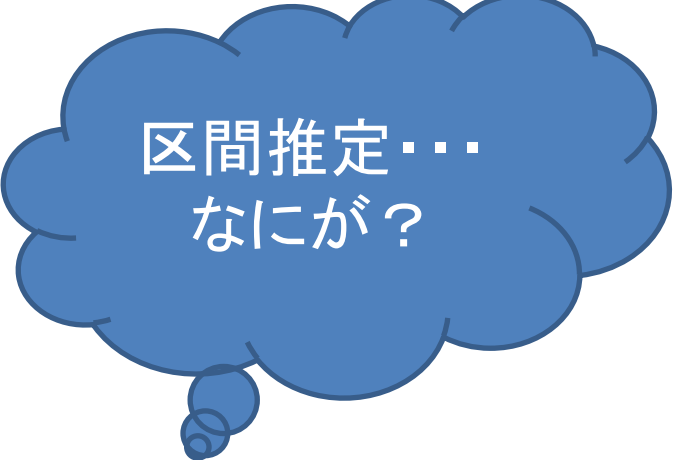
区間推定_尤度比 その2 親子鑑定

法数学勉強会

2016/10/15

京都大学(医)統計遺伝学分野

山田 亮



区間推定...
なにが？

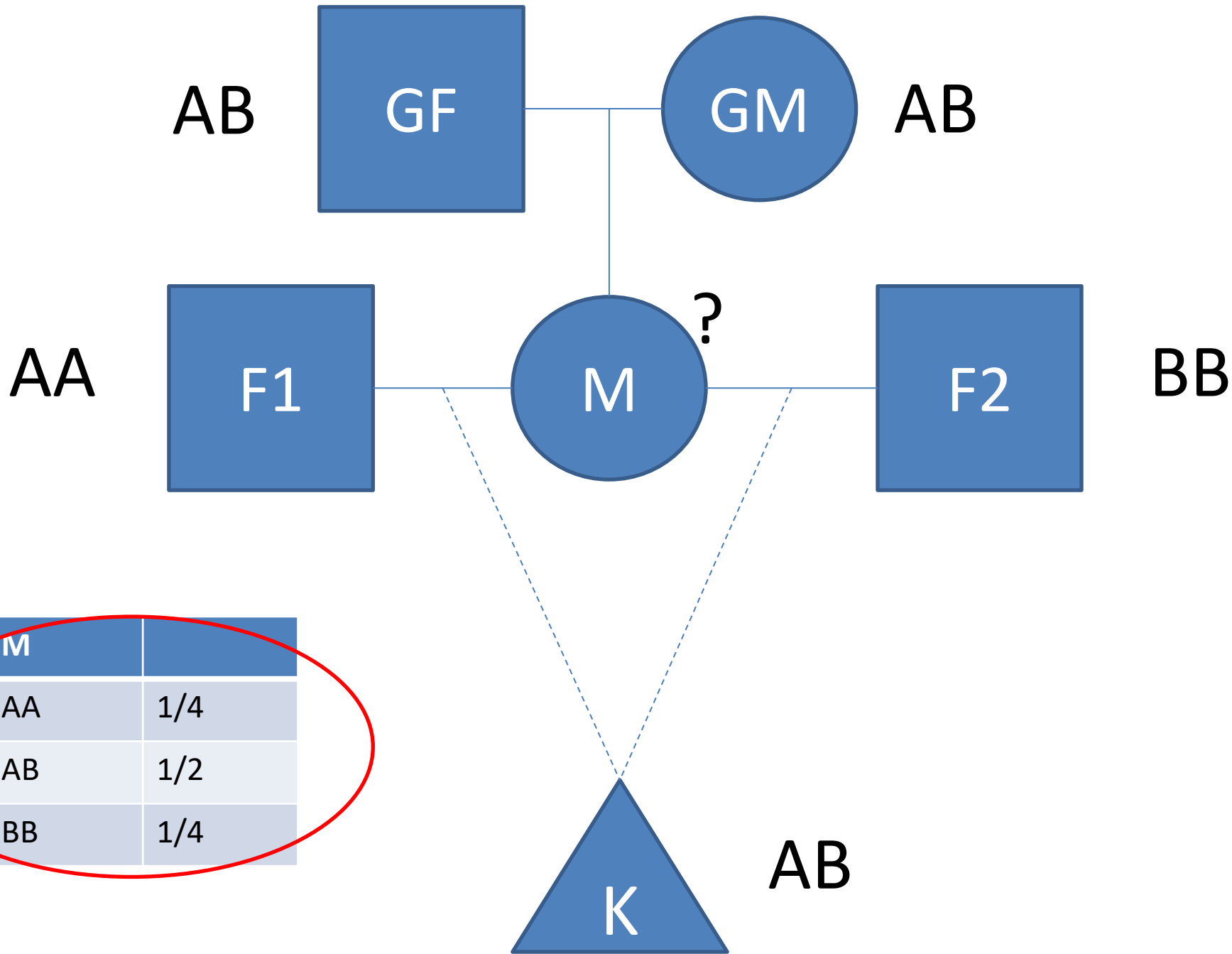
区間推定_尤度比 その2 親子鑑定

法数学勉強会

2016/10/15

京都大学(医)統計遺伝学分野

山田 亮

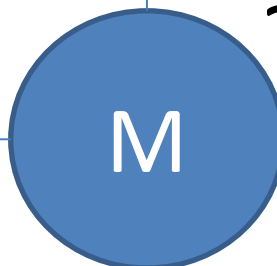


M	
AA	1/4
AB	1/2
BB	1/4



AB

AA



BB

K M=AA	F1	F2
AA	1	0
AB	0	1
BB	0	0

K M=AB	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

K M=BB	F1	F2
AA	0	0
AB	1	0
BB	0	1



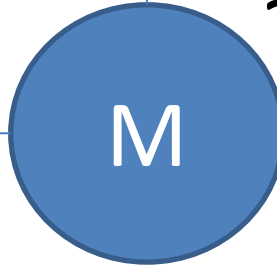
AB

M	
AA	1/4
AB	1/2
BB	1/4



AB

AA



BB

K M=AA	F1	F2
AA	1	0
AB	0	1
BB	0	0

K M=AB	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

K M=BB	F1	F2
AA	0	0
AB	1	0
BB	0	1



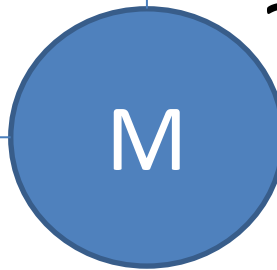
AB

M	
AA	1/4
AB	1/2
BB	1/4



AB

AA



BB

K M=AA	F1	F2
AA	1	0
AB	0	1
BB	0	0

K M=AB	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

K M=BB	F1	F2
AA	0	0
AB	1	0
BB	0	1

AB

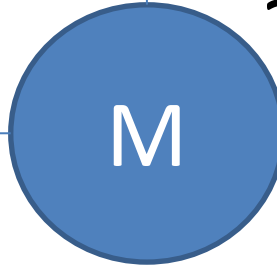


M	
AA	1/4
AB	1/2
BB	1/4



AB

AA



BB

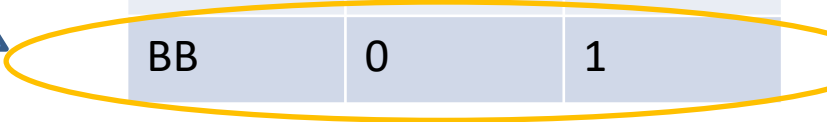
K M=AA	F1	F2
AA	1	0
AB	0	1
BB	0	0

K M=AB	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

K M=BB	F1	F2
AA	0	0
AB	1	0
BB	0	1



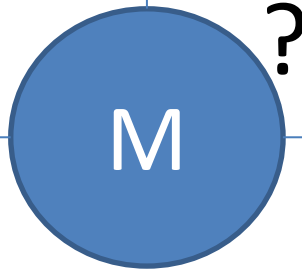
AB



M	
AA	1/4
AB	1/2
BB	1/4



AB



AA

BB

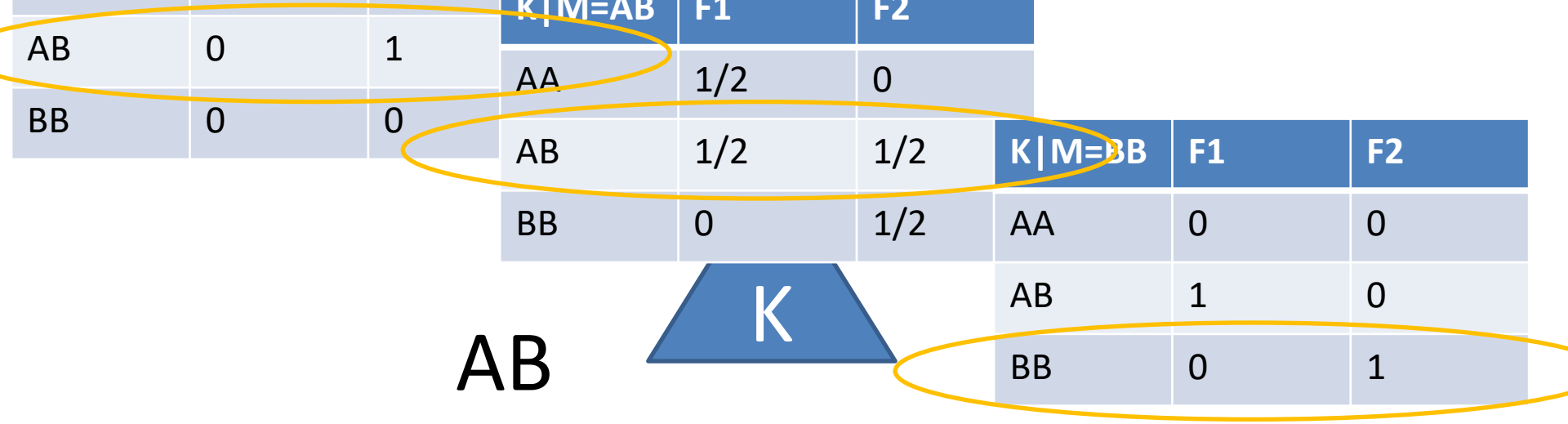
K M=AA	F1	F2
AA	1	0
AB	0	1
BB	0	0

K M=AB	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

K M=BB	F1	F2
AA	0	0
AB	1	0
BB	0	1



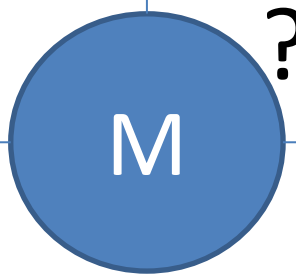
AB



M	
AA	1/4
AB	1/2
BB	1/4



AB



AA

BB

LR = 1

LR = 0

LR = 無限大

K

AB

K M=AA	F1	F2
AA	1	0
AB	0	1
BB	0	0

K M=AB	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

K M=BB	F1	F2
AA	0	0
AB	1	0
BB	0	1

M	
AA	1/4
AB	1/2
BB	1/4



LRは
無限大の確率が 1/4
1の確率が 1/2
0の確率が 1/4

AA

BB



K M=AA	F1	F2
AA	1	0
AB	0	1
BB	0	0

LR = 1

K M=AB	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

LR = 0

LR = 無限大

K M=BB	F1	F2
AA	0	0
AB	1	0
BB	0	1

AB



M	
AA	1/4
AB	1/2
BB	1/4



AB

LRは
無限大の確率が 1/4
1の確率が 1/2
0の確率が 1/4



BB

AA

LR = 1

K M=AA	F1	F2
--------	----	----

AA
AB
BB

LRの
「区間推定」
「値がばらつくことを考慮した推定」

LR =

AB



AB	1	0
BB	0	1

LRは
無限大の確率が $1/4$
1の確率が $1/2$
0の確率が $1/4$

- 無限大 vs. 0 はちょっと厄介なので
- 無限大 = $1/0 \rightarrow 1/(1+0) = 1$
- $1 = (1/2)/(1/2) \rightarrow (1/2) / ((1/2) + (1/2)) = 0.5$
- $0 = 0/1 \rightarrow 0/(0+1) = 0$

LRは
無限大の確率が $1/4$
1の確率が $1/2$
0の確率が $1/4$

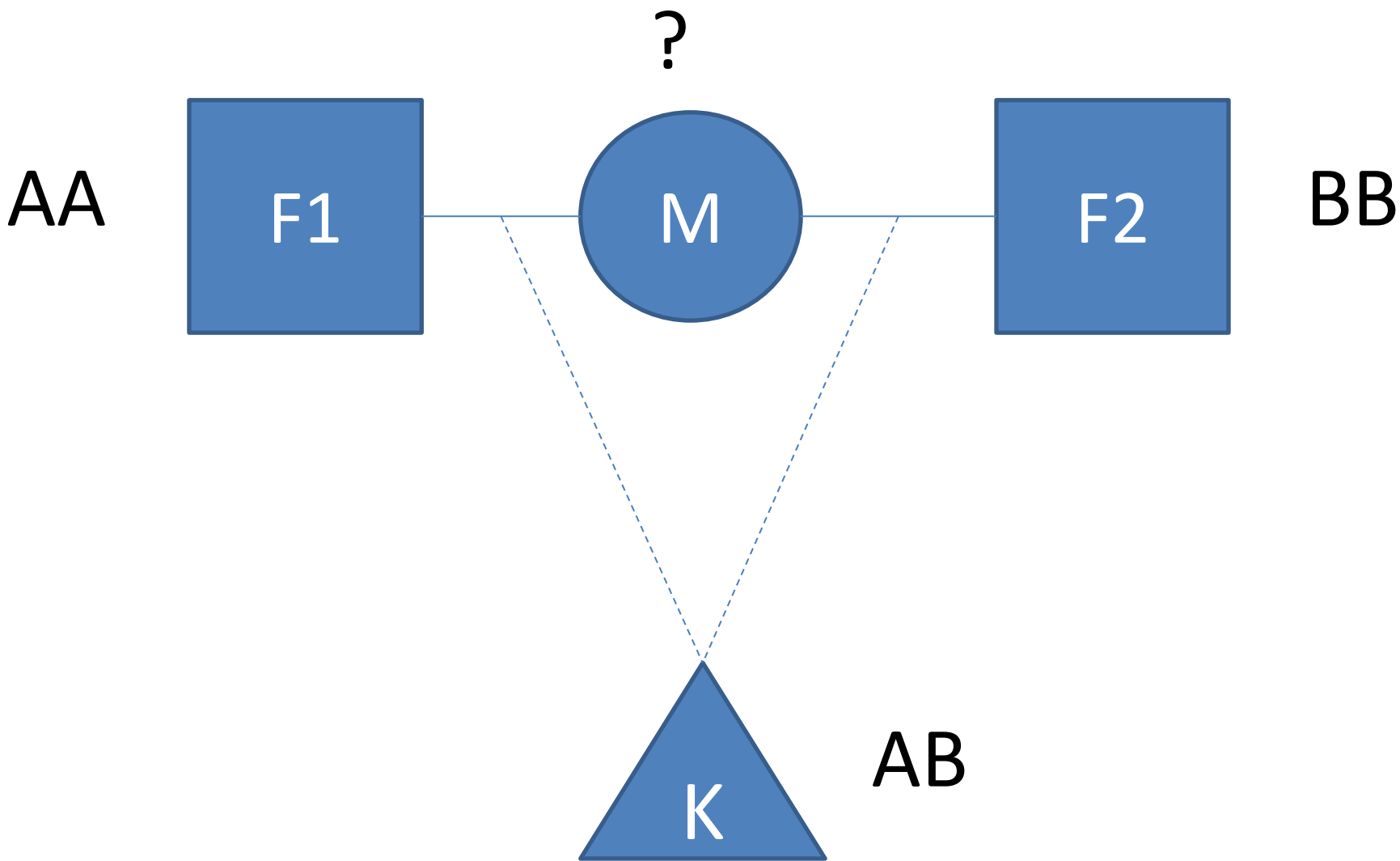
- 無限大 vs. 0 はちょっと厄介なので
- 無限大 = $1/0 \rightarrow 1/(1+0) = 1$
- $1 = (1/2)/(1/2) \rightarrow (1/2) / ((1/2) + (1/2)) = 0.5$
- $0 = 0/1 \rightarrow 0/(0+1) = 0$

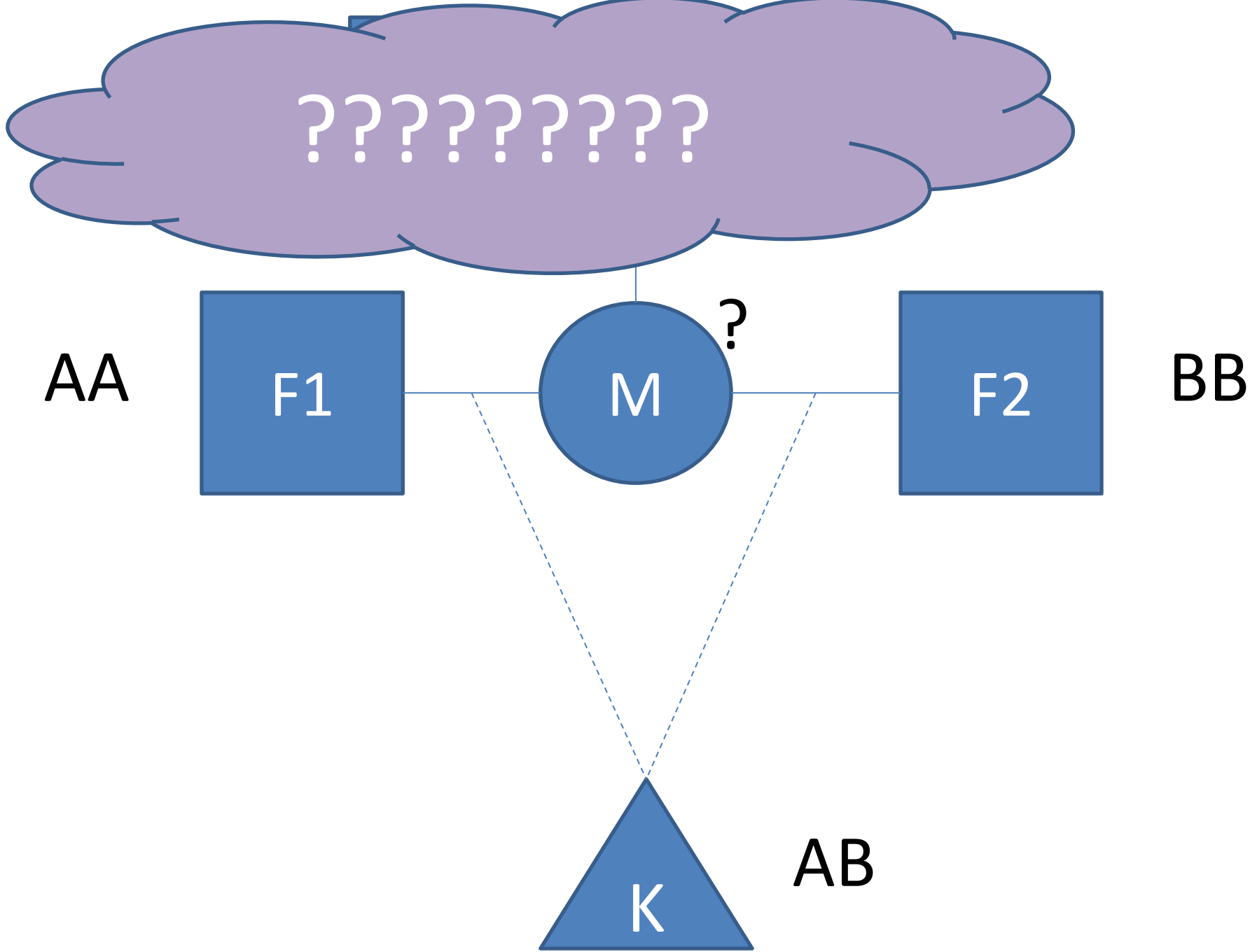
期待値 $1 \times \frac{1}{4} + 0.5 \times \frac{1}{2} + 0 \times 0 = 0.5$

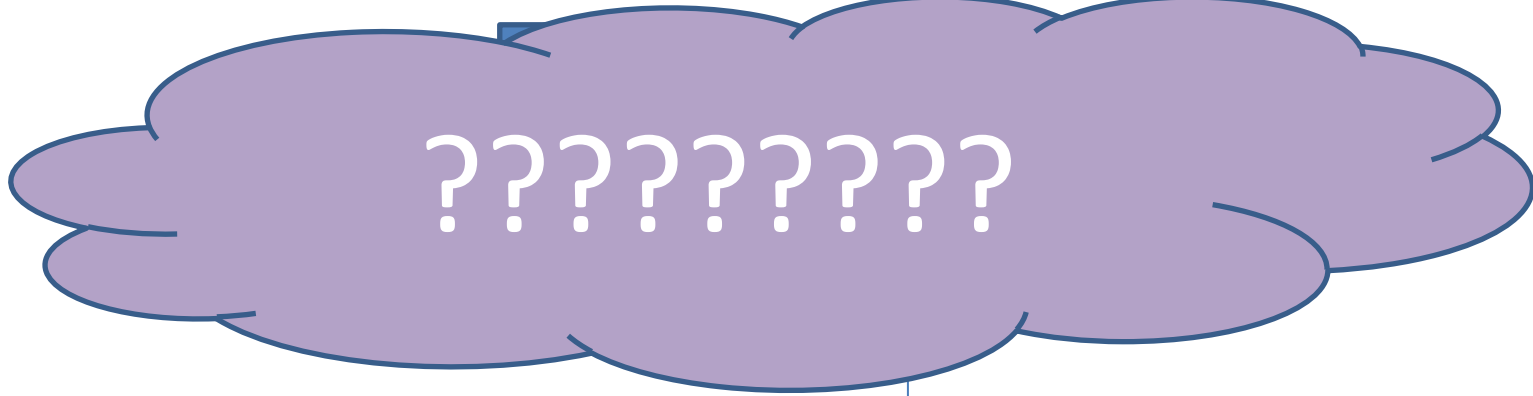
分散 $(1-0.5)^2 \times \frac{1}{4} + 0^2 \times \frac{1}{2} + (0-0.5)^2 \times \frac{1}{4} = 0.125$

相対割合





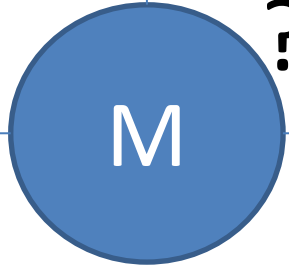




AA



F1



M

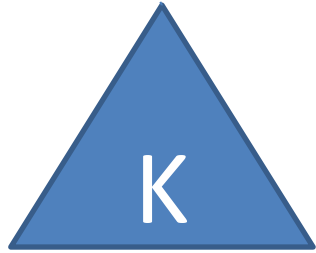
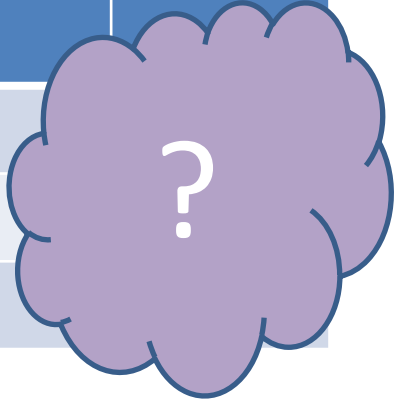
?



F2

BB

M	
AA	
AB	
BB	



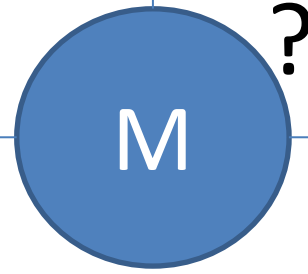
K

AB



M	
AB	
BB	1/4

AA



BB

K M=AA	F1	F2
AA	1	0
AB	0	1
BB	0	0

K M=AB	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

K M=BB	F1	F2
AA	0	0
AB	1	0
BB	0	1

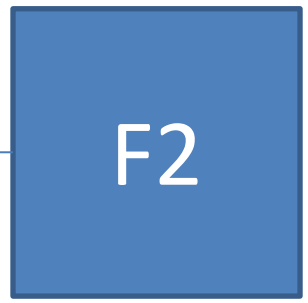
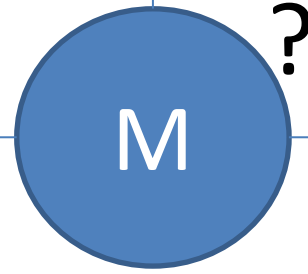
AB





M	
AB	
BB	1/4

AA



BB

K M=AA	F1	F2
AA	1	0
AB	0	1
BB	0	0

K M=AB	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

K M=BB	F1	F2
AA	0	0
AB	1	0
BB	0	1

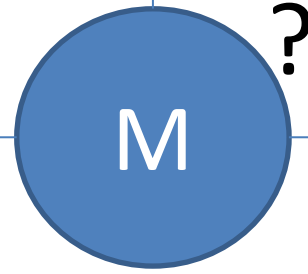
AB





M	
AB	
BB	1/4

AA



BB

K M=AA	F1	F2
AA	1	0
AB	0	1
BB	0	0

K M=AB	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

K M=BB	F1	F2
AA	0	0
AB	1	0
BB	0	1

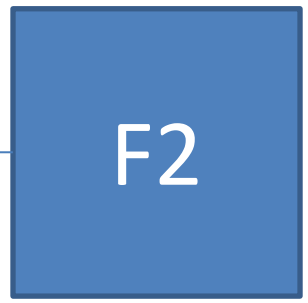
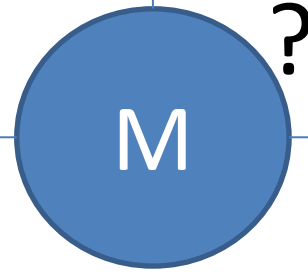
AB





M	
AB	
BB	1/4

AA



BB

K M=AA	F1	F2
AA	1	0
AB	0	1
BB	0	0

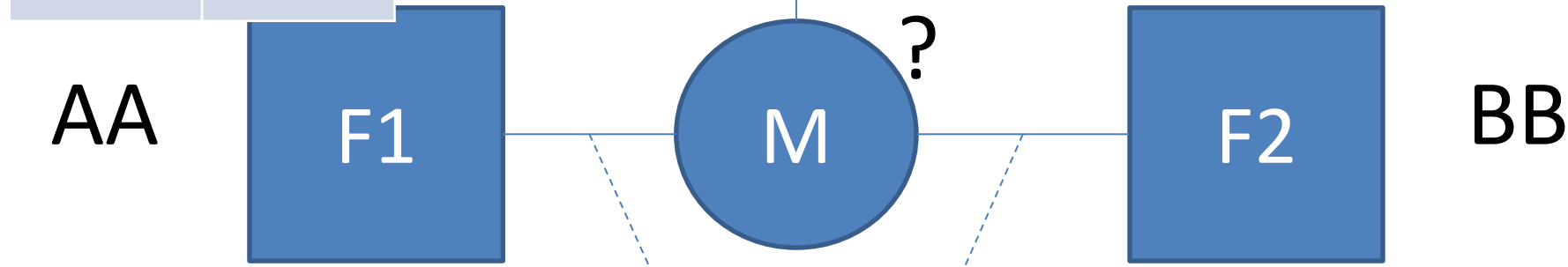
K M=AB	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

K M=BB	F1	F2
AA	0	0
AB	1	0
BB	0	1



AB

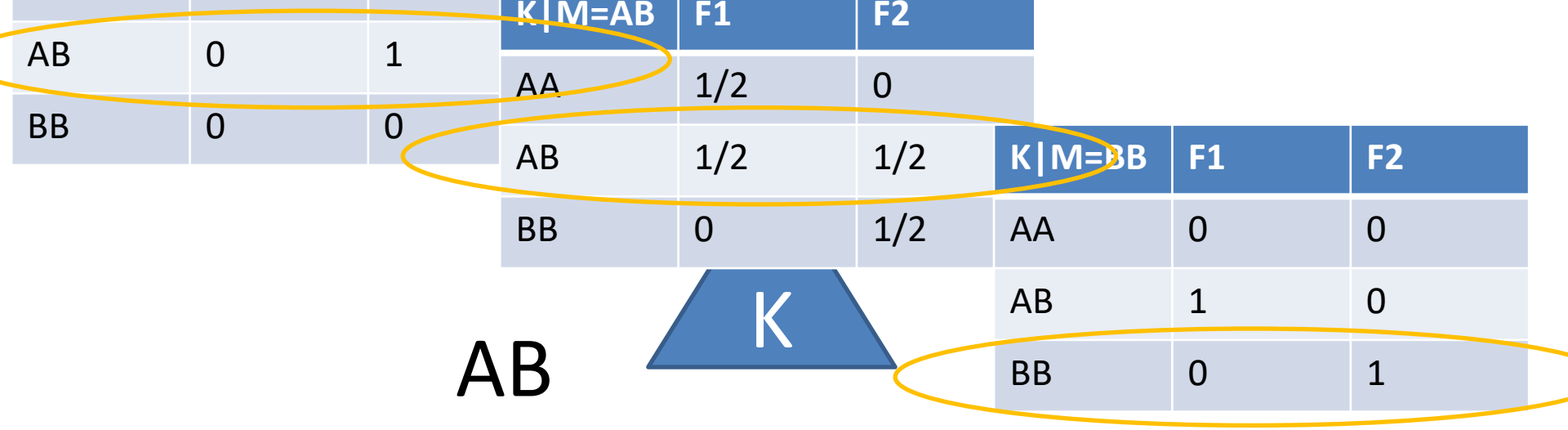




K M=AA	F1	F2
AA	1	0
AB	0	1
BB	0	0

K M=AB	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

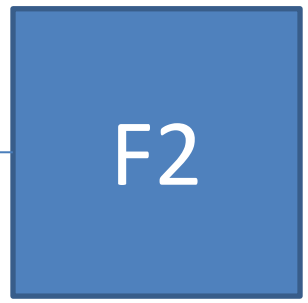
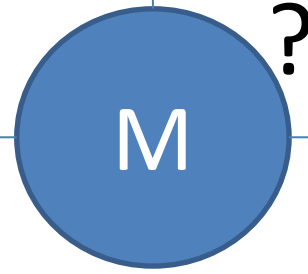
K M=BB	F1	F2
AA	0	0
AB	1	0
BB	0	1





M	
AB	
BB	1/4

AA



BB

LR = 1

LR = 0

K M=AA	F1	F2
AA	1	0
AB	0	1
BB	0	0

K M=AB	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

K M=BB	F1	F2
AA	0	0
AB	1	0
BB	0	1

LR = 無限大

AB



??????????

LRは
無限大の確率が
1の確率が
0の確率が

?

M	
AA	
AB	
BB	1/4

AA

BB

2

K M=AA	F1	F2
AA	1	0
AB	0	1
BB	0	0

LR = 無限大

LR = 1

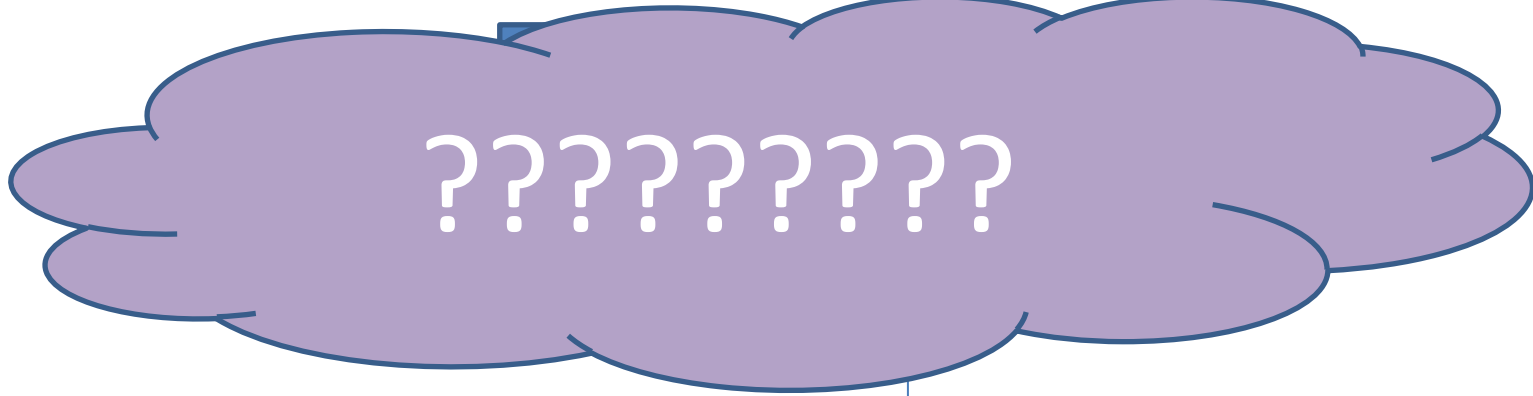
K M=AB	F1	F2
AA	1/2	0
AB	1/2	1/2
BB	0	1/2

AB

K

LR = 0

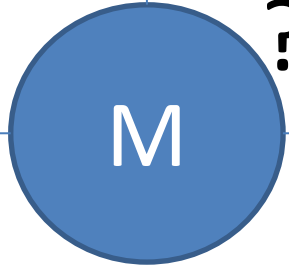
K M=BB	F1	F2
AA	0	0
AB	1	0
BB	0	1



AA



F1



M

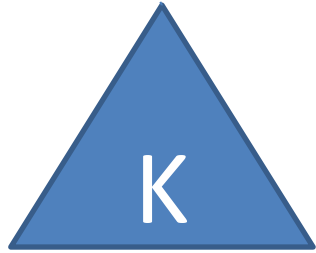
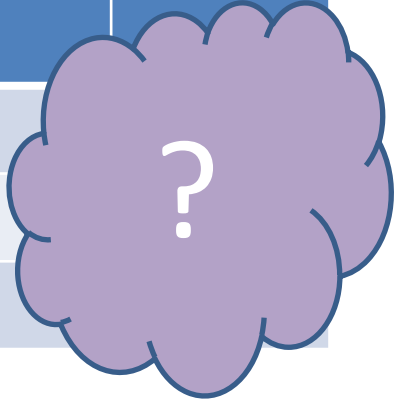
?



F2

BB

M	
AA	
AB	
BB	

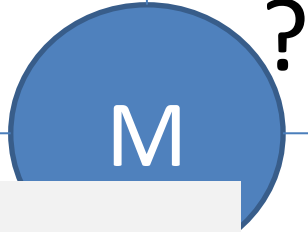


K

AB

??????????

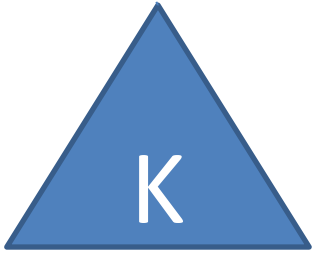
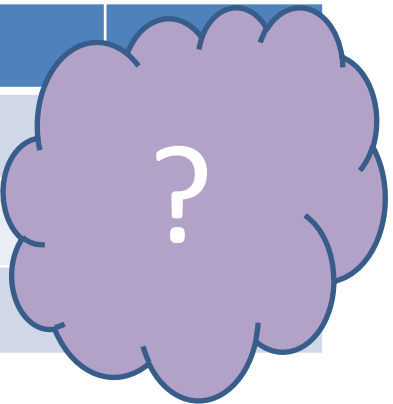
AA



BB

帰属集団の
ジェノタイプ頻度

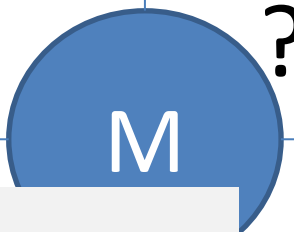
M
AA
AB
BB



AB

??????????

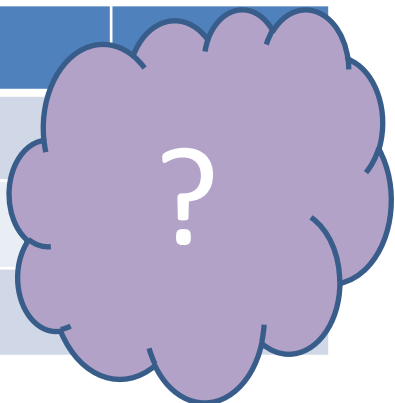
AA



BB

帰属集団の
ジェノタイプ頻度

M
AA
AB
BB



点推定
区間推定

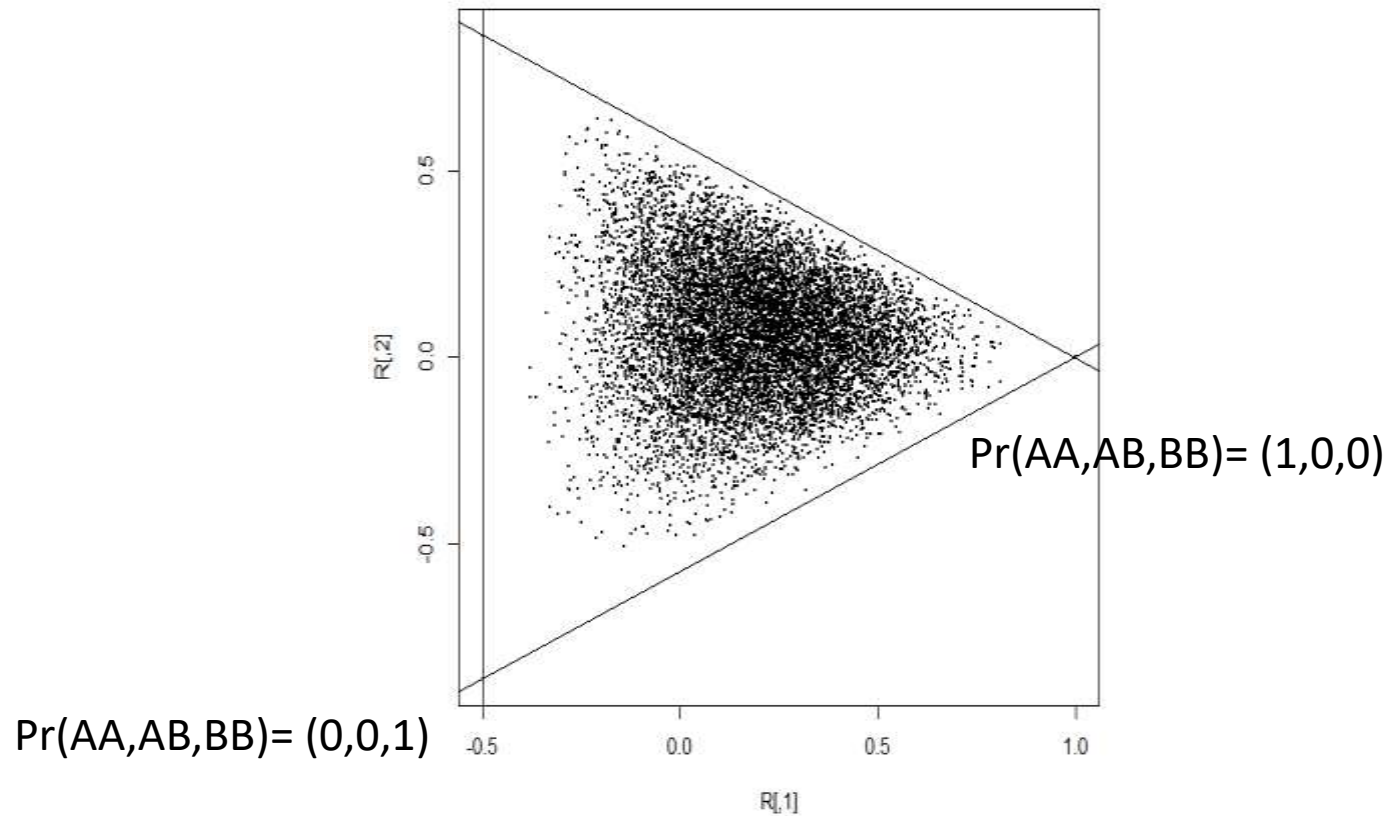


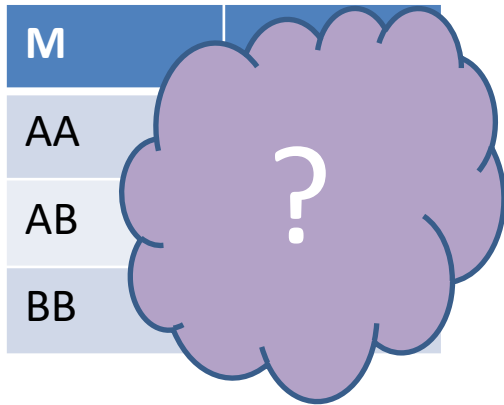
AB

集団ディプロタイプ頻度推定

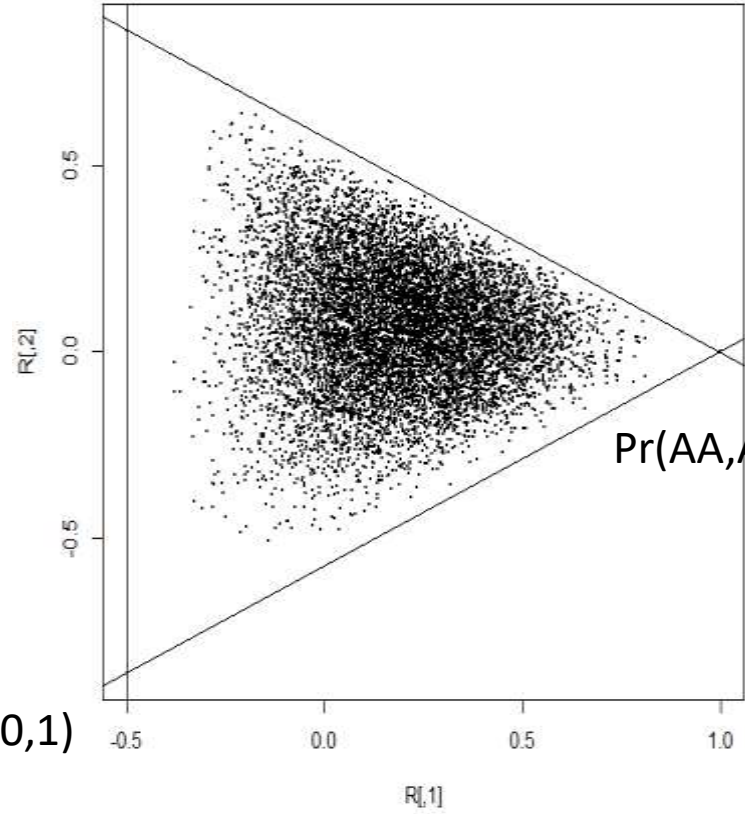
- 10人観察して
 - $(AA, AB, BB) = (5, 3, 2)$

$\Pr(AA, AB, BB) = (0, 1, 0)$






$\Pr(AA,AB,BB) = (0,1,0)$



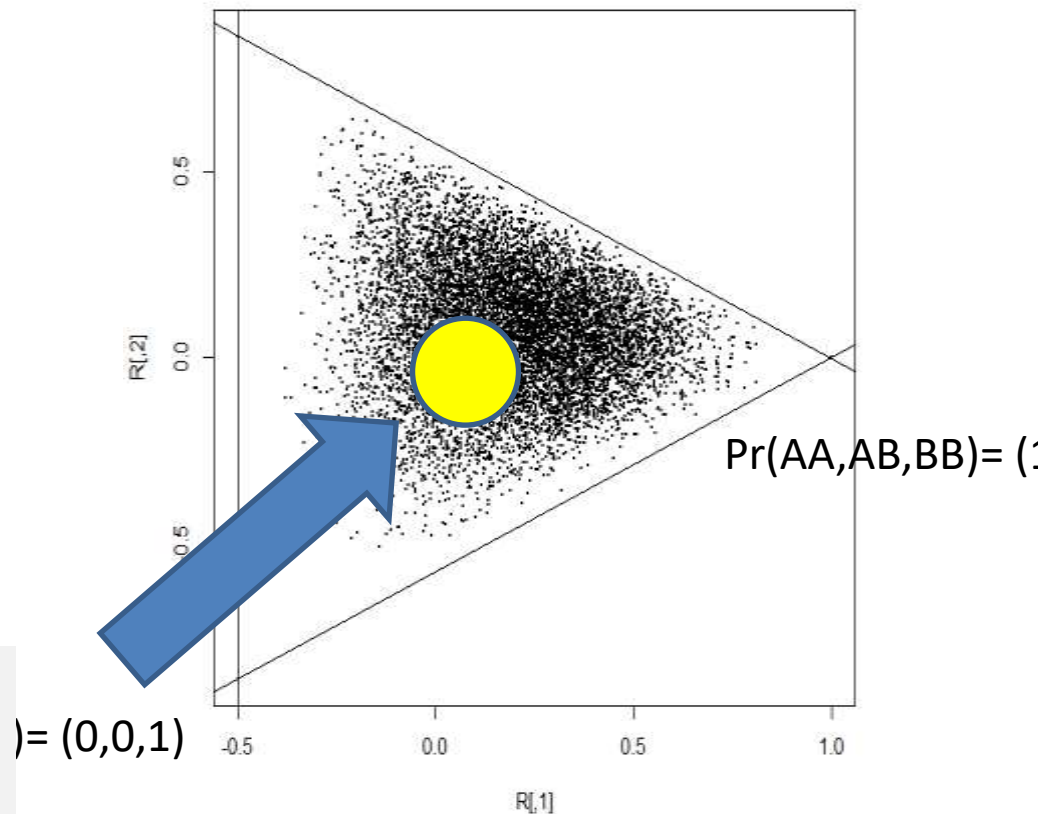
$\Pr(AA,AB,BB) = (0,0,1)$

$\Pr(AA,AB,BB) = (0,0,1)$

M
AA
AB
BB




$$\Pr(AA, AB, BB) = (0, 1, 0)$$



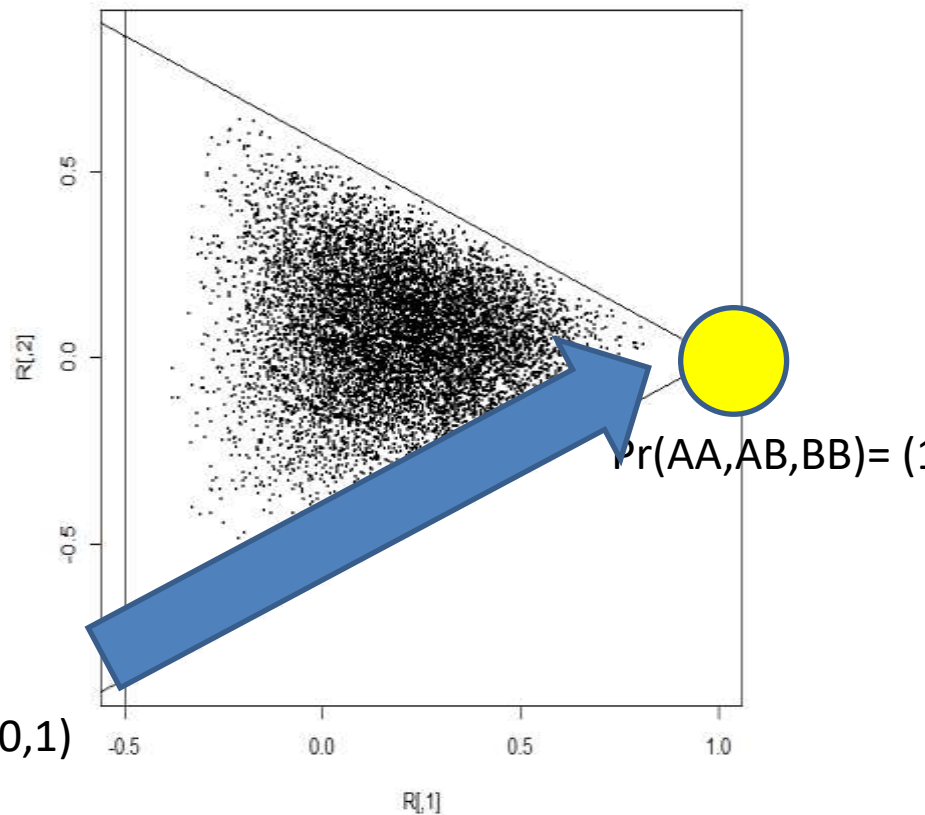
相対割合が
 1 の確率が $1/3$
 0.5 の確率が $1/3$
 0 の確率が $1/3$

になることが、
 まあまああり得る

M
AA
AB
BB



$$\Pr(AA, AB, BB) = (0, 1, 0)$$



相対割合が
 1 の確率が 1
 0.5 の確率が 0
 0 の確率が 0

になることが、
 ほとんどありえない

相対割合が
1 の確率が $1/3$
0.5 の確率が $1/3$
0 の確率が $1/3$

相対割合の
期待値は0.5

相対割合が
1 の確率が 1
0.5 の確率が 0
0 の確率が 0

相対割合の
期待値は1

相対割合が	
1 の確率が	1/3
0.5 の確率が	1/3
0 の確率が	1/3

相対割合の
期待値は

相対割合の期待値の
「期待値」や「ばらつき」が出
せる

相対割合が	
1 の確率が	1
0.5 の確率が	0
0 の確率が	0

相対割合の
期待値は1

相対割合が
1 の確率が $1/3$
0.5の確率が $1/3$
0 の確率が $1/3$

相対割合の
期待値は0.5

相対割合がどれくらいばら
相対割合がどれくらいばら
1 の確率が 0
0.5の確率が 0
0 の確率が 0

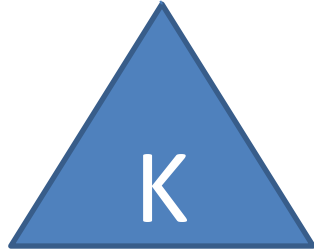
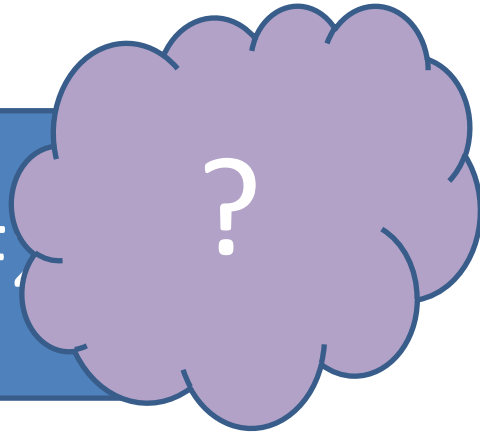
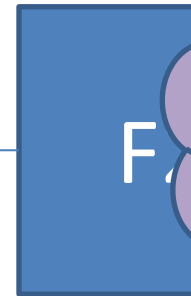
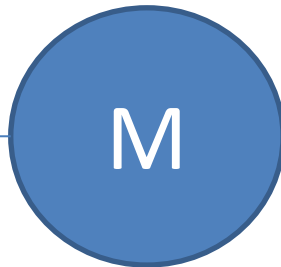
ついては「期待値」で
はない別の情報
期待値は



対立仮説の父(のジェノタイプ)が不明な場合

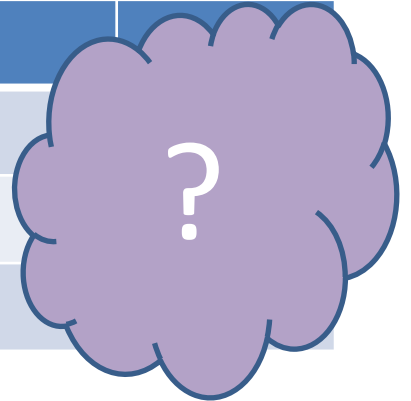
AB

AA



AB

M	
AA	
AB	
BB	



今日は、ここまで

